

التأثيرية المغناطيسية عند نقاط الانتقال بين الأطوار المغناطيسية المرتبة لشبكة فيري  
مغناطيسية مختلطة من الرتبة 2 و 7/2

فتحي عمر أحمد أبوبريق

قسم الفيزياء، كلية العلوم، الجامعة الأسمرية الإسلامية، زليتن، ليبيا

البريد الإلكتروني: dr.fathomar@gmail.com

**The Magnetic Susceptibility at The Transition Points Between  
The Ordered Phases of The Mixed Spin-2 and Spin-7/2  
Ferrimagnetic System**

Fathi Omar Abubrig

Physics Department, Faculty of Science, Alasmarya Islamic University, Zliten, Libya

**الملخص**

لقد تم في هذه الورقة البحثية استخدام نظرية المجال المتوسط القائمة على متباينة بوقليوبوف للطاقة الحرة لحل نموذج آيزنق الفيري مغناطيسي الذي يتكون من شبكتين جزئيتين A و B. احتمالات العزم المغناطيسي لكل ذرة من ذرات الشبكة الجزئية A هو  $S_A^z = \pm 2, \pm 1, 0$  وللشبكة الجزئية B هو  $S_B^z = \pm \frac{7}{2}, \pm \frac{5}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2}$ . في الورقة البحثية السابقة لهذه الورقة، تم تكوين مخطط الحالة الأرضية (الصفيرية) للنظام (Ground state phase diagram) وذلك بمساواة الطاقة الحرة لكل طور من أطوار النظام عند درجة حرارة الصفر المطلق مع الطاقة الحرة للطور الذي يليه في الرتبة، ونتج عن ذلك ثمانية أطوار فيري مغناطيسية مرتبة واربعة أطوار بارا مغناطيسية غير مرتبة. في هذه الورقة، تم رسم بعض المنحنيات الممثلة للحدود الفاصلة بين الأطوار المغناطيسية المختلفة عند رفع درجات حرارة النظام، وتحصلنا من ذلك على منحنيات مميزة وغير مسبوقه ظهرت فيها أطوار فيري مغناطيسية جديدة على النظام وتفصلها عن بعضها خطوط انتقال الطور من الرتبة الأولى. كما تم رسم العديد من المنحنيات التي تبين التغير في التأثيرية المغناطيسية لكل شبكة جزئية مع التغير في درجات الحرارة عند قيم محددة ومختارة للمجال البلوري الأحادي لكل شبكة وتم الحصول على بعض المنحنيات ذات السلوك الفيزيائي غير المعتاد ووجدنا أن سلوك التأثيرية المغناطيسية لكل شبكة من الشبكات الجزئية، عند رفع درجة الحرارة، يختلف باختلاف الأطوار المغناطيسية المرتبة، وأن التأثيرية الكلية للشبكة، عند درجات الحرارة المعتدلة والعالية، ثابتة تقريباً ولا تتغير بتغير درجات الحرارة.

**الكلمات الدالة:** نموذج آيزنق، نظام فيري مغناطيسي، درجات الحرارة الحرجة، التأثيرات المغناطيسية، انتقال الطور من الرتبة الأولى.

**Abstract**

The mixed-spin-2 and spin-7/2 Ising ferrimagnetic system is studied by using the mean-field theory based on Bogoliubov inequality for the free energy. In a previous paper, the ground state phase diagram of this system

was constructed. In that phase diagram, eight ordered and four disordered phases were found. In this paper, at temperatures higher than zero, first-order critical lines which separate different ordered phases are obtained in the temperature-mono crystal field Plane at some selected points of mono crystal field constants. New ordered phases which are separated by first ordered lines at low temperatures are found, the curves represent the thermal variation of the sublattice and total susceptibilities are plotted in the regions of the new phases and some interesting results for the sublattice susceptibilities which change their behaviors by changing the phase are found.

**Keywords:** Ising model, Ferrimagnetic system, Critical temperatures, Magnetic susceptibility, Phase transition.

## 1. المقدمة

تزايد اهتمام الباحثين في مجال الفيزياء المغناطيسية خلال العقد الماضي بدراسة أنظمة آيزنق (Ising) الفيري مغناطيسية، وهي الأنظمة التي تتكون من شبكتين جزئيتين متداخلتين ومختلفتين في قيمة واتجاه العزم المغناطيسي. ويرجع السبب في تزايد الاهتمام بدراسة هذا النوع من الأنظمة إلى إمكانية تطبيقها على نوع محدد ومعروف من المواد الفيري مغناطيسية التي تسمى (Bimetallic molecular-based magnetic materials) وهي من المواد الممكن تركيبها بالطرق الكيميائية مما يمكن الباحثون من إجراء الاختبارات العملية عليها ودراسة خواصها المغناطيسية عملياً (Khan et al., 1993; and Mallah et al., 1993)، كما تعود الاهتمامات المتزايدة بدراسة المواد الفيري مغناطيسية إلى تطبيقاتها التقنية في مجالات التسجيلات الحرارية المغناطيسية (Thermomagnetic recording) (Mansuripur, 1987; and Tanaka et al., 1987)، ويعود كذلك إلى تمتع هذه المواد بتمائل انتقالي يقل عن التماثل الانتقالي للمواد التي تتكون من نوع واحد فقط من الذرات، مما يحفز النظام على إظهار مختلف النقاط الحرجة (Critical points) ذات الأهمية القصوى في التطبيقات العملية. ومن أمثلة هذه النقاط: نقاط الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية (Second-order critical temperature points)، ونقاط الحرارة الحرجة من الرتبة الأولى (First-order critical temperature points)، ونقاط التعادل (Compensation points)، والنقاط الحرجة الثلاثية (Tricritical points)، وغيرها من النقاط المميزة.

لقد بدأت دراسة أنظمة آيزنق الفيري مغناطيسية المختلطة قبل ما يقارب العقدين من الزمن وذلك بدراسة أبسط أنواع هذه الأنظمة وأقلها تعقيداً وهي الأنظمة التي تتركب من شبكتين جزئيتين A و B، بحيث يكون العزم المغناطيسي عند درجة حرارة الصفر المطلق لكل ذرة من ذرات الشبكة الجزئية A هو  $(S_A=1/2)$ ، و لكل ذرة من ذرات الشبكة الجزئية B هو  $(S_B>1/2)$ . ولقد ظهر الكثير من الأوراق البحثية في هذا المجال واستعان الباحثون بالعديد من النظريات والحلول التقريبية (Approximate solutions) لحل نموذج آيزنق المعروف والذي يعبر عن الطاقة الداخلية لأي نظام من هذه الأنظمة، وتوصلوا إلى استنتاج العلاقات الرياضية التي تساعد على دراسة الخواص المغناطيسية والفيزيائية للمواد الفيري مغناطيسية المطابقة في تركيبها المغناطيسي لها. ومن أهم النظريات التي تمت الاستعانة بها لحل نموذج آيزنق المطبق على هذه الأنظمة: نظرية المجال المتوسط (Mean-field

(Kaneyoshi and Chen, 1991) theory ونظرية المجال الفعال (Effective-field-theory) لكل من (Kaneyoshi *et al.*, 1992; Kaneyoshi,1994; and Bobak and Jurcisin, 1997) ونظرية الباقية المتغيرة (Cluster variation theory) (Tucker, 1999)، كما استخدمت العديد من الطرق التقريبية لحل هذا النموذج مثل (Renormalization-groups technique) (Quadros and Salinas, 1994). ومحاكاة مونتج-كارلو (Monte Carlo simulations) لكل من (Zhang and Yang, 1993; Buendia and Novotny, 1997; and Buendia and Liendo, 1997). بعد ذلك بسنوات قليلة، طوّر الباحثون من دراساتهم لهذه الأنظمة لتشمل دراسة الأنظمة الفيري مغناطيسية المختلطة من الرتبة  $(S_A, S_B) = (1, 3/2)$  وذلك، لفهم خواصها المغناطيسية المختلفة كالتأثيرية المغناطيسية والطاقة الداخلية والسعة الحرارية النوعية ودرجات الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية والرتبة الأولى والنقاط الحرجة الثلاثية ونقاط التعادل، وقام الباحثون بدراسة تأثير المجال البلوري الأحادي (Mono crystal field) لكل شبكية من الشبائك الجزئية على هذه الخواص. وفي هذه البحوث، استخدم الباحثون النظريات والحلول الرياضية التقريبية السابقة لحل نموذج آيزينق، وقاموا بدراسة تأثير المجال البلوري الأحادي على درجات الحرارة الحرجة لهذا النظام. ومن أبرز الأوراق البحثية المقدمة في هذا المجال (نظرية المجال المتوسط القائمة على متباينة بوكوليوبوف لطاقة جيبس الحرة لحل نموذج آيزينق) (Abubrig *et al.*, 2001) ونظرية المجال الفعال المطبقة على الشبائك المربعة والمكعبة البسيطة (Bobak, 1998; and Bobak *et al.*, 2002) وطريقة الباقية المتبدلة (A cluster variational method) (Tucker, 2001) ومحاكاة مونتج-كارلو (Monte Carlo simulation) (Nakamura, 2002) على نموذج آيزينق المطبق على هذه الأنظمة وتوصل الباحثون الى العديد من النتائج التي تظهر تأثير التغير في قيم المجال البلوري الأحادي على الخواص المغناطيسية للشبكية المختلطة.

بعد ذلك بسنوات قليلة، وتحديدًا خلال السنوات القليلة الماضية، رفع بعض الباحثون سقف اهتمامهم في هذا المجال، وقاموا بدراسة الشبائك الفيري مغناطيسية المختلطة ذات الرتب الأعلى من الرتبة  $(1, 3/2)$ ، وظهرت العديد من الأوراق البحثية التي تناولت هذه الدراسات ومن أهمها، الدراسة التي قام بها كل من (Bobak and Dely, 2007) وبيّنوا من خلالها تأثير المجال البلوري الأحادي لكل شبكية من الشبائك الجزئية في المادة الفيري مغناطيسية على منحنيات درجات الحرارة الحرجة لنظام آيزينق الفيري مغناطيسي المختلط من الرتبة  $(2, 3/2)$  (Mixed spin-2 and spin-3/2 Ising system) وذلك، بتطبيق نظرية المجال المتوسط على نموذج آيزينق. كما تحقق (Albayrak, 2007) من بعض الخواص المغناطيسية لنفس الخليط السابق بتطبيق طريقة (Exact recursion equations) على نفس النموذج. أما (Deviren *et al.*, 2010) فقد استخدموا نظرية المجال الفعال لدراسة نظام آيزينق الفيري مغناطيسي المختلط من الرتبة  $(2, 3/2)$  والذي يمتلك مجالاً بلورياً أحادياً مشتركاً ويقع تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي يؤثر على امتداد محور الشبكية، ولقد تمكنوا من خلال هذه الدراسة من الحصول على بعض النتائج الهامة لكل من الشبكية المربعة وشبكية خلية النحل (A honeycomb and a square lattice). كما سبق أن قام

(Nakamura, 2000) بدراسة الخواص المغناطيسية للنظام المغناطيسي المختلط من الرتبة (2, 5/2)، وذلك بتطبيق محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo simulations) على نموذج آيزينق لشبيكة خلية النحل. ولدراسة الخواص المغناطيسية للمركب  $AFe^{II}Fe^{III}(C_2O_4)_3 [A = N(n - C_n H_{2n+1}), n = 3, 5]$ ، كما قام الباحث (Li et al., 2003; and Li et al., 2004) بدراسة النظام الفييري مغناطيسي المختلط (2, 5/2) لشبيكة خلية النحل الطبقيّة (layered honeycomb lattice) وذلك بتطبيق دالة قرين (Green function) على الشبائك الجزئية المتعددة، وقد اختبروا من خلال هذه الدراسة سلوك نقاط التعادل (compensation behavior) لهذا النظام. والحدير بالذكر بأننا قمنا سابقاً بدراسة النظام الفييري مغناطيسي (2, 3/2) (Abubrig, 2013) وتلاه النظام الفييري مغناطيسي (2, 5/2) (Abubrig, 2013)، و اللذان يمتلكان مجالين بلوريين مختلفين يؤثران على العزوم المغناطيسية للشبيكة، وتحصلنا من خلال هذه الدراسة على العديد من المنحنيات التي تبين تأثير هذين المجالين البلوريين على نقاط درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية و من الرتبة الأولى (second and first order critical points) وعلى النقاط الحرجة الثلاثية (Tricritical points) ونقاط التعادل (Compensation points) لهذا النظام.

بالإضافة الى الدراسات السابقة، استخدم (Wang Wei et al., 2016) طريقة محاكاة مونت كارلو لدراسة الخواص المغناطيسية لنظام آيزينق الفييري مغناطيسي من الرتبة (2, 5/2) لشبيكة خلية النحل وتحصل على منحنيات الطور لهذا النظام عند قيم مختلفة للمجالين البلوريين وفي وجود مجال مغناطيسي خارجي مؤثر، وتحقق في دراسته من وجود نقاط حرارة حرجة من الرتبة الثانية والرتبة الأولى والنقطة الحرجة الثلاثية ونقطتي تعادل كما قام بدراسة تأثير كل من المجال البلوري الأحادي و المجال المغناطيسي الخارجي على كل من العزوم المغناطيسية والتأثيرية المغناطيسية ونقاط التعادل.

ليبيان الهدف من هذه الورقة البحثية، فلقد تمكنا في ورقة بحثية سابقة ( والتي تعالج نفس النظام قيد الدراسة) (Abubrig and Gneper, 2016) من حساب نقاط درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الأولى والثانية ( وهي النقاط التي تفصل بين الطور الفييري مغناطيسي المرتب والطور البارامغناطيسي غير المرتب) لنظام فييري مغناطيسي من الرتبة (2, 7/2) وذلك باستخدام نظرية المجال المتوسط القائمة على متباينة بوكليوبوف للطاقة الحرة، وتمكنا من رسم المنحنيات اللازمة التي تبين التغير في هذه النقاط مع المجال البلوري الأحادي لكل شبيكة من الشبائك الجزئية الداخلة في تركيب النظام. وفي هذه الورقة، نقوم بدراسة نفس النظام ولكن في وجود مجال مغناطيسي خارجي يؤثر عليه، ثم بتطبيق نفس النظرية على نفس النموذج، لنتحصل على المنحنيات التي تعبر عن خطوط انتقال الطور (Phase transition lines) وهي الخطوط التي تفصل بين مختلف الأطوار الفييري مغناطيسية المرتبة في النظام، عند رفع درجة حرارة الشبيكة، لنقوم بعدها، باختبار السلوك الحراري للتأثيرية المغناطيسية لهذا النظام عند بعض النقاط الواقعة على هذه المنحنيات.

## 2. نموذج آيزينق والمعادلات الأساسية (Ising Model and Equations)

يتكون نظام آيزينق الفيري مغناطيسي من شبكتين جزئيتين متداخلتين A و B. العزم المغناطيسي لكل ذرة من ذرات الشبكة الجزئية A هو  $S_i^A = 2$  واحتمالات البرم لهذا العزم هي:  $S_i^A = 2, 1, 0$ ، والعزم المغناطيسي لكل ذرة من ذرات الشبكة الجزئية B هو  $S_i^B = 7/2$ ، واحتمالات البرم لهذا العزم هي:  $S_i^B = 7/2, 5/2, 3/2, 1/2$ . يؤثر المجال البلوري الأحاديان  $D_A$ ، و  $D_B$  على العزوم المغناطيسية  $S_i^A$  و  $S_i^B$ ، على التوالي. بالإضافة الى ذلك، يؤثر على كامل عزوم الشبكة مجال مغناطيسي خارجي H.

بناءً على المعطيات السابقة، يمكننا التعبير عن الطاقة الداخلية للشبيكة وفقاً لنموذج آيزينق على النحو التالي:

$$\mathcal{H} = -J \sum_{i,j} S_i^A S_j^B - D_A \sum_{i=1}^{N/2} (S_i^A)^2 - D_B \sum_{j=1}^{N/2} (S_j^B)^2 - H \sum_{i=1}^{N/2} S_i^A - H \sum_{j=1}^{N/2} S_j^B \quad (1)$$

حيث: J هو ثابت التفاعل المتبادل (Exchange interaction constant) بين عزوم الشبيكة  $S_i^A$  و  $S_j^B$  (مع العلم أن  $J < 0$  في حالة المواد الفيري مغناطيسية)، و N هو العدد الكلي لذرات الشبيكة.

ويعبر الحد الأول من الطرف الأيمن للعلاقة (1) عن الطاقة الداخلية للشبيكة والنتيجة عن التفاعل المغناطيسي بين العزوم المغناطيسية للشبيكة الجزئية A والعزوم المغناطيسية للشبيكة الجزئية B بواسطة ثابت التفاعل المتبادل J، و يعبر الحد الثاني في المعادلة عن الطاقة الداخلية للشبيكة الجزئية A والنتيجة عن مجالها البلوري الأحادي  $D_A$ ، ويعبر الحد الثالث عن الطاقة الداخلية للشبيكة الجزئية B و الناتج عن مجالها البلوري الأحادي  $D_B$ . كما يعبر الحدان الرابع والخامس عن الطاقة الداخلية الناتجة عن المجال المغناطيسي الخارجي المؤثر على كل من الشبيكة الجزئية A والشبيكة الجزئية B على التوالي. مع ملاحظة، أن علامة الجمع في الحد الأول من العلاقة (1) تتم على الذرات المجاورة لكل ذرة في الشبيكة فقط وليس على كامل الذرات.

بتطبيق تقريب المجال المتوسط القائم على متباينة بوقليوبوف للطاقة الحرة واتباع نفس الخطوات التي تم اتباعها في الورقة البحثية (Abubrig and Gneper, 2016) فسوف نتوصل الى معادلة الطاقة الحرة الحقيقية لكل ذرة من ذرات الشبيكة لهذا لنظام الفيري مغناطيسي، وذلك على الصورة التالية:

$$f \equiv -\frac{1}{2\beta} \left( \ln \left( 1 + \exp(4\beta D_A) (2 \cosh(2b m_A) + 2a_1 \cosh(b m_A)) \right) + \ln \left( \begin{array}{l} 2 \exp\left(\frac{49\beta D_B}{4}\right) \cosh(3.5 b m_B) \\ + 2 \exp\left(\frac{25\beta D_B}{4}\right) \cosh(2.5 b m_B) \\ + 2 \exp\left(\frac{9\beta D_B}{4}\right) \cosh(1.5 b m_B) \\ 2 \exp\left(\frac{\beta D_B}{4}\right) \cosh(0.5 b m_B) \end{array} \right) + \frac{1}{2} [z] m_A m_B \right) \quad (2)$$

حيث:  $\beta = \frac{1}{k_B T}$ ،  $b = z\beta$  و  $T$  هي درجة الحرارة المطلقة للشبيكة،  $k_B$  ثابت بولتزمان و  $z$  هو عدد الذرات المجاورة لكل ذرة في الشبيكة.

$m_A = \langle S_i^A \rangle$ : العزم المغناطيسي المتوسط للشبيكة الجزئية  $A$ ,

و  $m_B = \langle S_j^B \rangle$ : العزم المغناطيسي المتوسط للشبيكة الجزئية  $B$ ,

وباتباع نفس الخطوات المتبعة في الورقة البحثية (Abubrig and Gneper, 2016) يتم استنتاج علاقات العزم المغناطيسي المتوسط لكل شبيكة من الشبائك الجزئية  $m_A$  و  $m_B$  على النحو التالي:

$$m_A = \frac{4 \sinh(2 b m_B + H/t) + 2a_1 \sinh(b m_B + H/t)}{2 \cosh(2b m_B + H/t) + 2 a_1 \cosh(b m_B + H/t) + a_2} \quad (3)$$

$m_B =$

$$\frac{7 \sinh\left(\frac{7}{2} b m_A + H/t\right) + 5 b_1 \sinh\left(\frac{5}{2} b m_A + H/t\right) + 3 b_2 \sinh\left(\frac{3}{2} b m_A + H/t\right) + b_3 \sinh\left(\frac{1}{2} b m_A + H/t\right)}{2 \left( \cosh\left(\frac{7}{2} b m_A + H/t\right) + b_1 \cosh\left(\frac{5}{2} b m_A + H/t\right) + b_2 \cosh\left(\frac{3}{2} b m_A + H/t\right) + b_3 \cosh\left(\frac{1}{2} b m_A + H/t\right) \right)} \quad (4)$$

حيث أن:

$t=1/k_B T$ ,  $a_1=\exp(-3D_A/k_B T)$ ,  $a_2=\exp(-4D_A/k_B T)$ ,  $b_1=\exp(-6D_B/k_B T)$ ,

$b_2=\exp(-10D_B/k_B T)$ ,  $b_3=\exp(-12D_B/k_B T)$ .

كما أن الحصول على معادلات لحساب التأثيرية المغناطيسية  $\chi_A$  للشبكة الجزئية A والتأثيرية المغناطيسية  $\chi_B$  للشبكة الجزئية B والتأثيرية المغناطيسية للشبكة الكلية  $\chi$  يتم باستخدام تعريف التأثيرية المغناطيسية التالي:

$$\begin{aligned} \chi_A &= \left. \frac{dm_A}{dH} \right|_{H=0} \\ &= \frac{4b \left( \chi_B + \frac{1}{t} \right) \cosh(2bm_B + 2(a_1 (b\chi_B + \frac{1}{t}) \cosh(bm_B)))}{\cosh(2bm_B) + a_1 \cosh(bm_B) + a_2} \\ &\quad - \frac{((4 \sinh(2bm_B) + 2(a_1 \sinh(bm_B))) (2b\chi_B + \frac{1}{t}) \sinh(2bm_B) + 42a_1 (b\chi_B + \frac{1}{t}) \sinh(bm_B))}{(2 \cosh(2bm_B) + 2a_1 \cosh(bm_B) + a_2)^2} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \chi_B &= \left. \frac{dm_B}{dH} \right|_{H=0} \\ &= \frac{7 \left( \frac{7}{2} b\chi_A + \frac{1}{t} \right) \cosh \left( \frac{7}{2} bm_A \right) + 5b_1 \left( \frac{5}{2} b\chi_A + \frac{1}{t} \right) \cosh \left( \frac{5}{2} bm_A \right)}{\left( 2 \cosh \left( \frac{7}{2} bm_A \right) + 2b_1 \cosh \left( \frac{5}{2} bm_A \right) + 2b_2 \cosh \left( \frac{3}{2} bm_A \right) + 2b_3 \cosh \left( \frac{1}{2} bm_A \right) \right)} \\ &\quad + \frac{+3b_2 \left( \frac{3}{2} b\chi_A + \frac{1}{t} \right) \cosh \left( \frac{3}{2} bm_A \right) + b_3 \left( \frac{1}{2} b\chi_A + \frac{1}{t} \right) \cosh \left( \frac{1}{2} bm_A \right)}{\left( 2 \cosh \left( \frac{7}{2} bm_A \right) + 2b_1 \cosh \left( \frac{5}{2} bm_A \right) + 2b_2 \cosh \left( \frac{3}{2} bm_A \right) + 2b_3 \cosh \left( \frac{1}{2} bm_A \right) \right)} \\ &\quad - \left( \frac{7 \sinh \left( \frac{7}{2} bm_A \right) + 5b_1 \sinh \left( \frac{5}{2} bm_A \right) + 3b_2 \sinh \left( \frac{3}{2} bm_A \right) + b_3 \sinh \left( \frac{1}{2} bm_A \right)}{\left( 2 \cosh \left( \frac{7}{2} bm_A \right) + 2b_1 \cosh \left( \frac{5}{2} bm_A \right) + 2b_2 \cosh \left( \frac{3}{2} bm_A \right) + 2b_3 \cosh \left( \frac{1}{2} bm_A \right) \right)^2} \right) \\ &\quad \left( \frac{2 \left( \frac{7}{2} b\chi_A + \frac{1}{t} \right) \sinh \left( \frac{7}{2} bm_A \right) + 2b_1 \left( \frac{5}{2} b\chi_A + \frac{1}{t} \right) \sinh \left( \frac{5}{2} bm_A \right)}{\left( 2 \cosh \left( \frac{7}{2} bm_A \right) + 2b_1 \cosh \left( \frac{5}{2} bm_A \right) + 2b_2 \cosh \left( \frac{3}{2} bm_A \right) + 2b_3 \cosh \left( \frac{1}{2} bm_A \right) \right)^2} \right) \\ &\quad \left( \frac{+2b_2 \left( \frac{3}{2} b\chi_A + \frac{1}{t} \right) \sinh \left( \frac{3}{2} bm_A \right) + 2b_3 \left( \frac{1}{2} b\chi_A + \frac{1}{t} \right) \sinh \left( \frac{1}{2} bm_A \right)}{\left( 2 \cosh \left( \frac{7}{2} bm_A \right) + 2b_1 \cosh \left( \frac{5}{2} bm_A \right) + 2b_2 \cosh \left( \frac{3}{2} bm_A \right) + 2b_3 \cosh \left( \frac{1}{2} bm_A \right) \right)^2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

و التأثيرية الكلية للشبكة:

$$\chi = \frac{\chi_A + \chi_B}{2} \quad (7)$$

عند قيامنا بفك معادلة الطاقة الحرة  $f$  بالعلاقة (1) باستخدام مفكوك تايلور على الصورة التالية:

$$f = f_0 + am_A^2 + bm_A^4 + m_A^6 + \dots \quad (8)$$

وباتباع نفس الطريقة المتبعة في الورقة البحثية (Abubrig and Gneper, 2016) نتحصل على معادلة الطاقة الحرة الصفرية للنظام ( $f_0$ ) ومعادلة لمعامل الحد الثاني  $a$  والحد الثالث  $b$  في العلاقة (8) على الصورة التالية:

$$f_0 = \frac{1}{2\beta} \left( \ln(1 + 2\exp(4\beta D_a)) + \ln \left( \frac{2\exp\left(\frac{49\beta D_B}{4}\right) + 2\exp\left(\frac{25\beta D_B}{4}\right)}{+2\exp\left(\frac{9\beta D_B}{4}\right) + 2\exp\left(\frac{\beta D_B}{4}\right)} \right) \right) \quad (9)$$

$$(10)a = \frac{(98+50b_1+17.6b_2+2b_3+24.5a_1+12.5a_1b_1+4.5a_1b_2+0.5a_1b_3)b^2}{(2+2a_1+a_2)(1+b_1+b_2+b_3)}$$

لمعرفة معادلة معامل الحد الثالث  $b$  يمكنك الرجوع الى الورقة البحثية (Abubrig and Gneper, 2016).

باستخدام شروط تايلور المذكورة في تلك الورقة البحثية لحساب نقاط درجات الحرارة الحرجة  $T_c$  من الرتبة الثانية والذي يتحقق بالشرط التالي:  $T=T_c$  عندما  $a=0$ ، و حساب نقاط درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الأولى والذي يتحقق بمساواة دالة الطاقة الحرة  $f$  المعطاة بالعلاقة (2) مع الطاقة الحرة  $f_0$  المعطاة بالعلاقة (9)، حيث:  $T=T_c$  عندما  $f = f_0$ .

### 3. النتائج والمناقشة (Results and Discussion)

#### 1.3 مخطط الحالة الصفرية للنظام

إن مخطط الحالة الأرضية (الصفرية) (Ground state phase diagram) للنظام الفيرو مغناطيسي هو الذي يبين توزيع الأطوار المغناطيسية المختلفة للنظام قيد الدراسة عند درجة حرارة الصفر المطلق وذلك في مستوى المجالين البلوريين ( $D_A, D_B$ )، وتمثل خطوطه الحدود الفاصلة بين هذه الأطوار المغناطيسية. يتم رسم هذا المخطط بمساواة الطاقة الداخلية لكل طور من الأطوار مع الأطوار التي تليه في الرتبة، وعندما تتساوى الطاقة الداخلية لطورين مختلفين فإن قيم  $D_A/Z|J|$  و  $D_B/Z|J|$  هي التي تحدد الخط الفاصل بين هذين الطورين. كما قد قمنا برسم مخطط الحالة الأرضية في الورقة البحثية (Abubrig and Gneper, 2016) ولا نرى داعياً لإعادة رسمه في هذه الورقة وذلك منعاً للتكرار.

#### 2.3 المنحنيات التي تفصل بين الأطوار المغناطيسية المختلفة

في هذا البحث، تم اختيار النقطة  $(D_A/Z|J|, D_B/Z|J|) = (-0.5, -0.5)$  في مخطط الحالة الأرضية (أنظر الى الشكل (1) بالورقة البحثية (Abubrig and Gneper, 2016)) وهي نقطة ذات خصوصية وأهمية بالغة وتتميز بأنها تقع بين خمسة أطوار



مغناطيسية مختلفة. من بينها، أربعة أطوار فيري مغناطيسية مرتبة وطور واحد بارا مغناطيسي غير مرتب. لقد تم اختيار هذه النقطة لتتم دراسة منحنيات انتقالات الطور (Phase Transition lines) في مناطق ضيقة جداً وتقع قريبة جداً من هذه النقطة في مخطط الحالة الأرضية. وعند كل نقطة من النقاط الواقعة على هذه المنحنيات يحدث قفز مفاجئ في قيم العزم المغناطيسي  $m_A$  والعزم المغناطيسي  $m_B$  وينتقل العزم من قيمة محددة الى قيمة أخرى مختلفة عند نفس درجة الحرارة. في هذه الحالة، تُعرف هذه النقاط بنقاط انتقال الطور من الرتبة الأولى (First order Phase transition points). ويتم تحديد نقاط الحرارة الحرجة من الرتبة الأولى (First order critical temperature points) الفاصلة بين أي طورين مرتبين ومختلفين عندما تتساوى الطاقة الداخلية المعطاة بالعلاقة (2) لكليهما وبهذه النقاط يتم رسم المنحنى الفاصل بينهما عند درجات الحرارة الأعلى من درجة حرارة الصفر المطلق.

تمثل المنحنيات المبينة في الأشكال (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) العلاقة بين درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الأولى (التي يحدث عندها انتقال الطور الحرج من طور محدد ومرتب الى طور مرتب آخر يجاوره في مخطط الحالة الأرضية للنظام) وبين ثابت المجال البلوري  $D_B/z|J|$  عند قيم ثابتة ومختارة للمجال البلوري  $D_A/z|J|$ .

في الشكل (1)، عند اختيار قيمة ثابتة للمجال البلوري للشبيكة الجزئية A، وهي القيمة  $D_A/z|J| = -0.475$ ، وعند تغير درجات حرارة النظام مع تغير قيم  $D_B/z|J|$ ، نلاحظ ظهور منحنى انتقال الطور  $C_1$  (الخط المتقطع في الشكل) لنقاط درجات الحرارة الحرجة التي تفصل بين الطور المرتب  $O_5$  والطور المرتب  $O_8$ . يبدأ هذا المنحنى من نقطة محددة عند درجة حرارة الصفر المطلق تقع على الحد الفاصل بين الطورين المرتبين  $O_5$  و  $O_8$  في مخطط الحالة الأرضية للنظام ويزداد مع زيادة قيم  $D_B/z|J|$  الى أن ينتهي عند نقطة محددة (الدائرة السوداء في نهاية المنحنى) تُعرف بالنقطة المعزولة (Isolated point).

كما يظهر في الشكل (1)، بالإضافة الى المنحنى السابق، منحنى درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية (الخط المتصل في الشكل (1)) الذي يفصل بين الأطوار الفيري مغناطيسية المرتبة والطور البارامغناطيسي غير المرتب P، الذي تنعدم فيه العزوم المغناطيسية

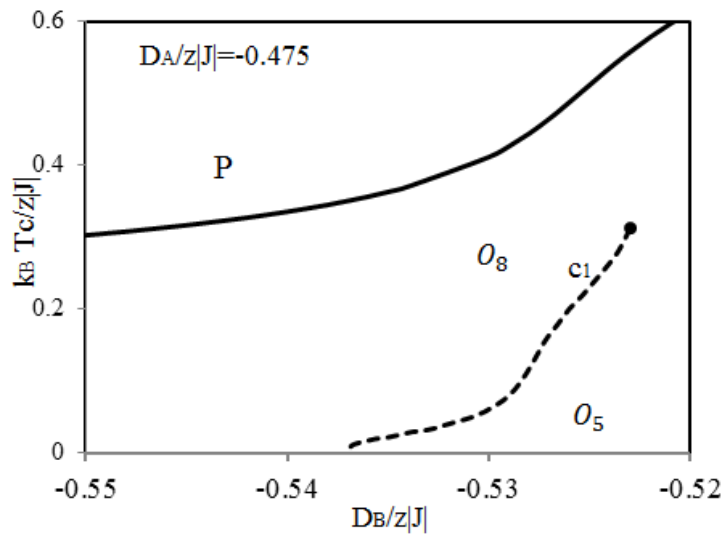
$$m_A = m_B = m_T = 0 \text{ أي أن: } m_T \text{ الكلي للشبيكة.}$$

عند اختيار قيمة ثابتة أخرى للمجال البلوري  $D_A/z|J| = -0.485$  وهي الأقرب من النقطة السابقة الى النقطة (-0.5, -0.5) في مخطط الحالة الأرضية للنظام. في هذه الحالة، وعند تغيير قيم  $D_B/z|J|$  وحساب درجات الحرارة عند كل قيمة، يبدأ منحنى آخر في الظهور (بالإضافة الى المنحنيات السابقة) وهو المنحنى الصغير  $C_2$ ، كما هو مبين بالشكل (2). ويفصل المنحنى  $C_2$  بين الطور المرتب  $O_5$  والطور المرتب  $O_5$  الذي لم يكن موجوداً في النظام من بين الأطوار المرتبة الثمانية في مخطط الحالة الأرضية عند درجة حرارة الصفر المطلق ولكنه ينشأ مع ارتفاع درجات الحرارة في منطقة ضيقة و مدى قصير جداً من قيم  $D_B/z|J|$  كما هو مبين بالشكل (2).

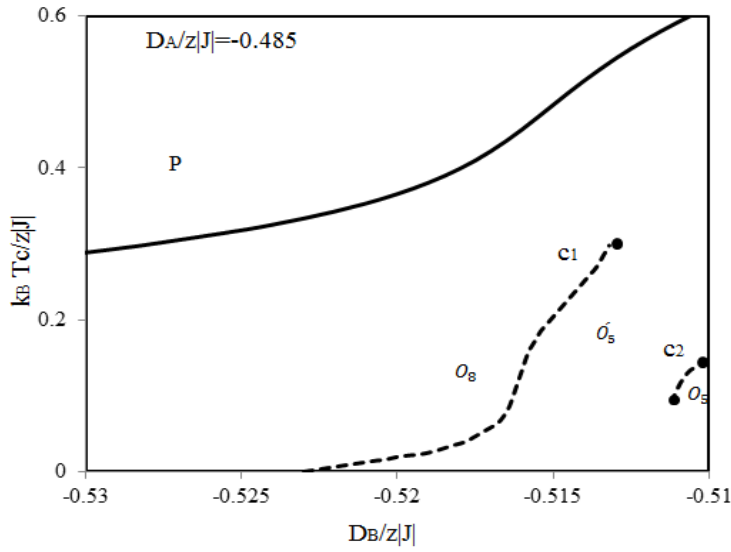
كما نلاحظ في الشكل وجود نقطتين معزولتين أحدهما في أعلى المنحنى والأخرى في أسفله. عند زيادة الاقتراب من النقطة (-0.5, -0.5) في مخطط الحالة الأرضية للنظام، وذلك باختيار قيمة المجال البلوري  $D_A/z|J| = -0.49$ . في هذه الحالة، يزداد طول المنحنى  $C_2$  ويقترب من المنحنى  $C_1$ . و يبدو ذلك واضحاً في الشكل (3).

عند اختيار منطقة عمل جديدة وأكثر قرباً من النقطة (-0.5, -0.5) ( في مخطط الحالة الأرضية للنظام) وذلك بوضع  $D_A/z|J| = -0.499$  وتغيير قيم  $D_B/z|J|$  مع درجات الحرارة، كما هو مبين في الشكل (4) نلاحظ الزيادة في طول المنحنى  $C_2$  عن الحالة السابقة، كما نلاحظ زيادة اقترابه من المنحنى  $C_1$ . و يتميز هذا الشكل (بالإضافة الى المنحنيات السابقة) بظهور منحنى ثالث  $C_3$  عند درجات الحرارة العالية. يقع المنحنى  $C_3$  في المنطقة المتاخمة للجزء العلوي من المنحنى  $C_1$  ويلتقي معه عند النقطة T التي تُعرف بالنقطة الثلاثية (Triple point) (الدائرة المفرغة في الشكل (4))، وهي النقطة التي تقع بين ثلاثة أطوار مغناطيسية مختلفة. كما ينتج عن ظهور هذا المنحنى نشؤ طورين جديدين في النظام يفصل بينهما المنحنى  $C_3$  وهما الطورين المرتبين  $O_6$  و  $O_8$ . كما يظهر في هذا الشكل منحنى النقاط الحرجة من الرتبة الأولى الذي يفصل بين الأطوار الفييري مغناطيسية المرتبة والطور البارامغناطيسي غير المرتب P. ويلتقي هذا المنحنى مع منحنى النقاط الحرجة من الرتبة الثانية عند النقطة الحرجة الثالثة (Tricritical point) (المربع الأسود في الشكل (4) وباقي الأشكال).

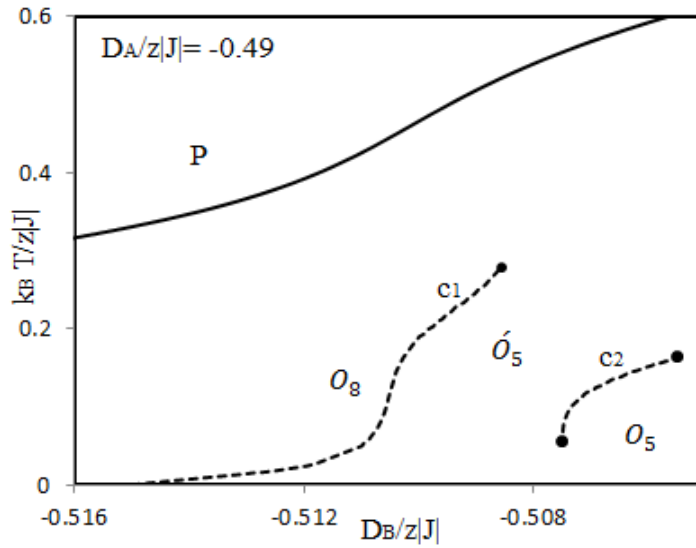
كما توضح بقية الأشكال (5) و (6) و (7)، أنه كلما ازداد اقتراب القيمة المختارة للمجال البلوري الأحادي  $D_A/z|J|$  من النقطة (-0.5, -0.5) في مخطط الحالة الأرضية للنظام، كلما زاد اقتراب المنحنى  $C_2$  من المنحنى  $C_1$ ، و ازداد كذلك، اتساع منطقة الطور الفييري مغناطيسي المرتب  $O_6$ .



**الشكل 1.** التغير في نقاط الحرارة الحرجة (التي يحدث عندها انتقال الطور من الرتبة الأولى) مع التغير في قيم المجال البلوري  $D_B/z|J|$  عند قيمة ثابتة للمجال البلوري  $D_A/z|J| = -0.475$ . يمثل الخط المتصل منحنى درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية.

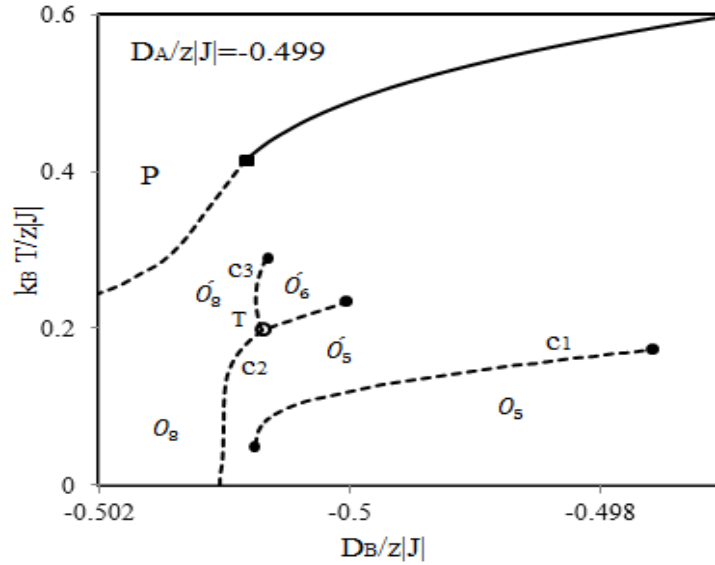


الشكل 2. التغير في نقاط الحرارة الحرجة (التي يحدث عندها انتقال الطور من الرتبة الأولى) مع التغير في قيم المجال البلوري  $D_B/z|J|$  عند قيمة ثابتة للمجال البلوري  $D_A/z|J| = -0.485$ . يمثل الخط المتصل منحني درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية.

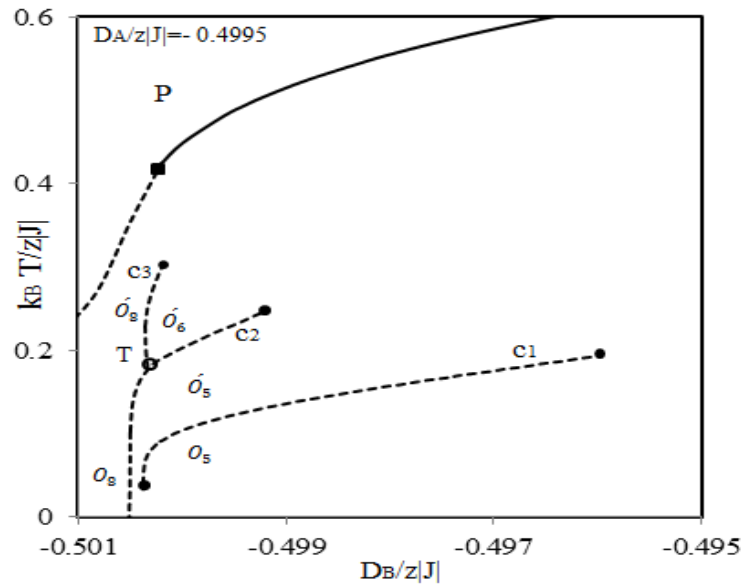


الشكل 3. التغير في نقاط الحرارة الحرجة (التي يحدث عندها انتقال الطور من الرتبة الأولى) مع التغير في قيم المجال البلوري  $D_B/z|J|$  عند قيمة ثابتة للمجال البلوري  $D_A/z|J| = -0.49$ . يمثل الخط المتصل منحني درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية.

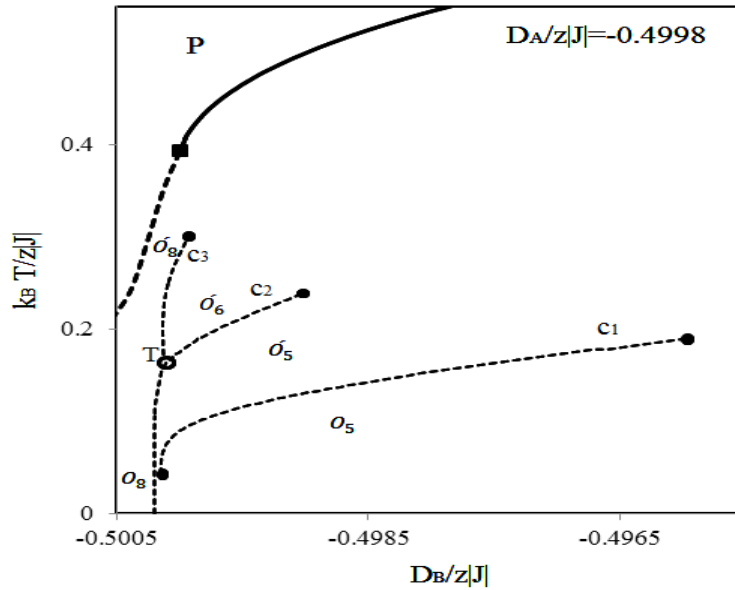
أبوبريق، 2016



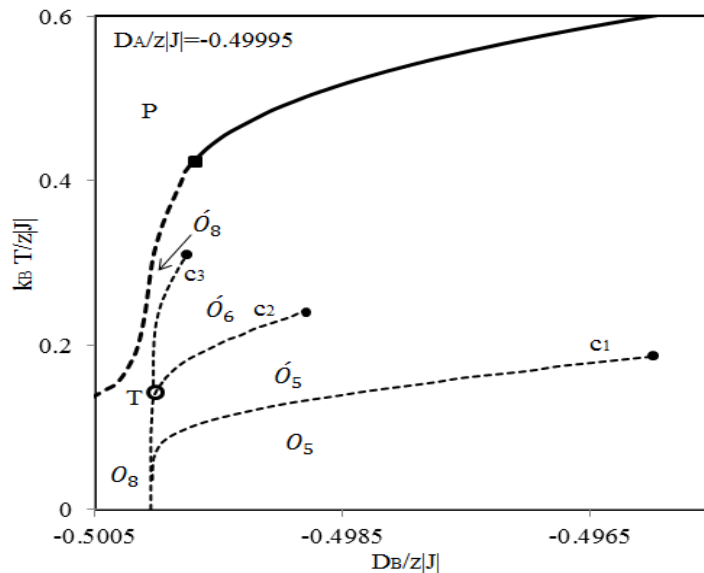
الشكل 4. التغير في نقاط الحرارة الحرجة (التي يحدث عندها انتقال الطور من الرتبة الأولى) مع التغير في قيم المجال البلوري  $|D_B/z|J|$  عند قيمة ثابتة للمجال البلوري  $D_A/z|J| = -0.499$ . يمثل الخط المتصل منحني درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية ويتصل به منحني النقاط الحرجة من الرتبة الأولى الذي يفصل بين الأطوار الفييري مغناطيسية المرتبة والطور البارامغناطيسي غير المرتب P.



الشكل 5. التغير في نقاط الحرارة الحرجة (التي يحدث عندها انتقال الطور من الرتبة الأولى) مع التغير في قيم المجال البلوري  $|D_B/z|J|$  عند قيمة ثابتة للمجال البلوري  $D_A/z|J| = -0.4995$ . يمثل الخط المتصل منحني درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية ويتصل به منحني النقاط الحرجة من الرتبة الأولى الذي يفصل بين الأطوار الفييري مغناطيسية المرتبة والطور البارامغناطيسي غير المرتب P.



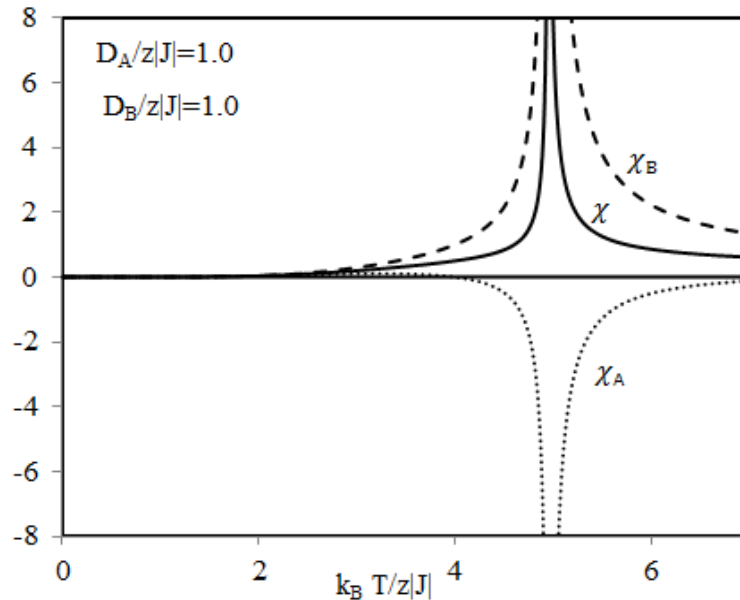
الشكل 6. التغير في نقاط الحرارة الحرجة (التي يحدث عندها انتقال الطور من الرتبة الأولى) مع التغير في قيم المجال البلوري  $D_B/z|J|$  عند قيمة ثابتة للمجال البلوري  $D_A/z|J| = -0.4998$ . يمثل الخط المتصل منحني درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية ويتصل به منحني النقاط الحرجة من الرتبة الأولى الذي يفصل بين الأطوار الفييري مغناطيسية المرتبة والطور البارامغناطيسي غير المرتب P



الشكل 7. التغير في نقاط الحرارة الحرجة (التي يحدث عندها انتقال الطور من الرتبة الأولى) مع التغير في قيم المجال البلوري  $D_B/z|J|$  عند قيمة ثابتة للمجال البلوري  $D_A/z|J| = -0.49995$ . يمثل الخط المتصل منحني درجات الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية ويتصل به منحني النقاط الحرجة من الرتبة الأولى الذي يفصل بين الأطوار الفييري مغناطيسية المرتبة والطور البارامغناطيسي غير المرتب P.

### 3.3. التأثيرية المغناطيسية في منطقة تحول الطور

من المعروف أن التأثيرية المغناطيسية لأي شبكة جزئية أو كلية هي معدل التغير في العزم المغناطيسي الكلي للشبكة (الجزئية أو الكلية) مع التغير في المجال المغناطيسي الخارجي  $H$  المؤثر عليها وذلك عندما  $H=0$ . وتطبيق المعادلات (5) و(6)، و(7) في المقطع الثاني من هذا البحث يتم حساب التأثيرية المغناطيسية لكل من للشبكة الجزئية  $A$  والشبكة الجزئية  $B$  والتأثيرية الكلية للشبكة ومن ثم حساب التغير في قيمها مع التغير في درجات حرارة النظام عند قيم ثابتة و مختارة لكل من المجال البلوري  $D_B/z|J|$  و  $D_A/z|J|$ .



الشكل 8. التغير في التأثيرية المغناطيسية  $\chi_A$  و  $\chi_B$  والتأثيرية المغناطيسية للشبكة الكلية  $\chi$  مع التغير في درجات الحرارة المطلقة لنظام آيزينق الفييري مغناطيسي من الرتبة  $(2, 7/2)$  عند قيم ثابتة للمجال البلوري وهي:  $D_B/z|J| = 1.0$  و  $D_A/z|J| = 1.0$ .

عند القيم الموجبة لكل من  $D_B$  و  $D_A$  وبعيداً عن الحدود الفاصلة بين الأطوار المغناطيسية في مخطط الحالة الأرضية وكمثال على ذلك عندما:  $D_A/z|J| = D_B/z|J| = 1.0$ ، كما هو مبين في الشكل (8). في هذه الحالة، تسلك منحنيات التأثيرية المغناطيسية نفس السلوك المعروف والمعتمد في تأثيرية المواد الفييري مغناطيسية، و تزداد القيم الموجبة للتأثيرية المغناطيسية الجزئية  $\chi_B$  زيادةً بطيئة عند بداية رفع حرارة النظام عن الصفر المطلق ثم تتسارع مع زيادة درجات الحرارة وتصبح سريعة جداً عند اقترابها من درجة الحرارة الحرجة  $T_c$ ، حتى تصل الى مالا نهاية ( $\infty$ ) نظرياً عند النقطة  $T_c$ ، ويتحول بعدها الطور الفييري مغناطيسي المرتب الى الطور البارامغناطيسي غير المرتب، حيث تمهبط قيم التأثيرية  $\chi_B$  في هذا الطور هبوطاً سريعاً في النقاط القريبة من النقطة  $T_c$  ثم

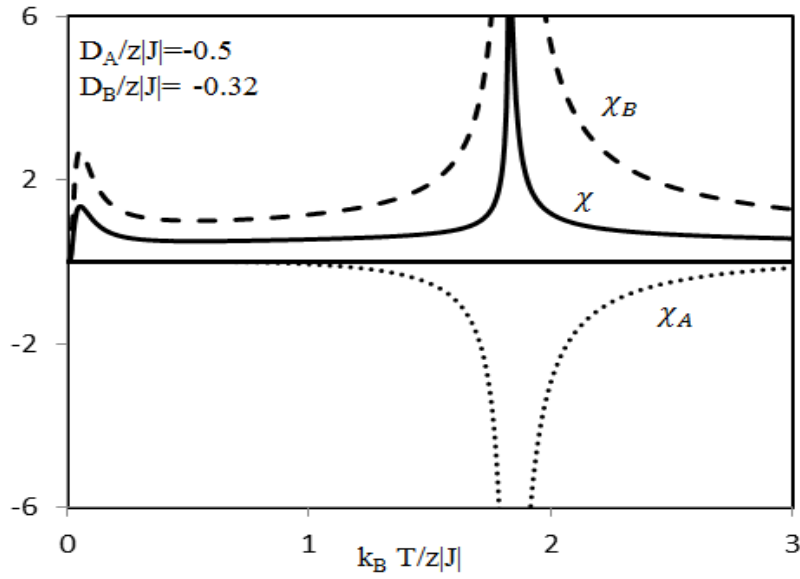
يتباطأ هذا الهبوط بزيادة درجات الحرارة ويصبح بطيئاً جداً عند درجات الحرارة العالية، وتسلك التأثيرية المغناطيسية  $\chi_A$  نفس السلوك السابق للتأثيرية  $\chi_B$  ولكن في الاتجاه السالب محور الحرارة  $k_B T / z |J|$ ، كما تتبع التأثيرية المغناطيسية للشبيكة الكلية  $\chi$  نفس سلوك  $\chi_B$  وذلك لأنها تمثل القيمة المتوسطة لمجموع التأثيريتين  $\chi_A$  و  $\chi_B$  وفقاً للعلاقة (7).

يبين الشكل (9) منحنيات التأثيرية المغناطيسية  $\chi_A$  و  $\chi_B$  و  $\chi$  مع التغير في درجات حرارة الشبيكة عند نقطة تقع قريباً جداً من الحد الفاصل بين الطورين الفييري مغناطيسيين  $O_1$  و  $O_3$  في مخطط الحالة الأرضية للنظام وهي النقطة  $(D_A/z|J|, D_A/z|J|) = (-0.5, -0.32)$ . في هذه الحالة، تشابه هذه المنحنيات منحنيات التأثيرية المبينة في الشكل (8) في معظم درجات الحرارة مع ملاحظة وجود اختلاف واضح بينهما عند درجات الحرارة المنخفضة. يتمثل هذا الاختلاف في الارتفاع السريع والحاد الذي يتعرض له منحنى التأثيرية الجزئية  $\chi_B$  عند درجات الحرارة القريبة جداً من الصفر المطلق حتى يصل الى أقصى قيمة له ثم ينخفض سريعاً مع ارتفاع درجات ويعود ليتخذ السلوك الاعتيادي المعروف لمنحنيات التأثيرية في المواد الفييري مغناطيسية.

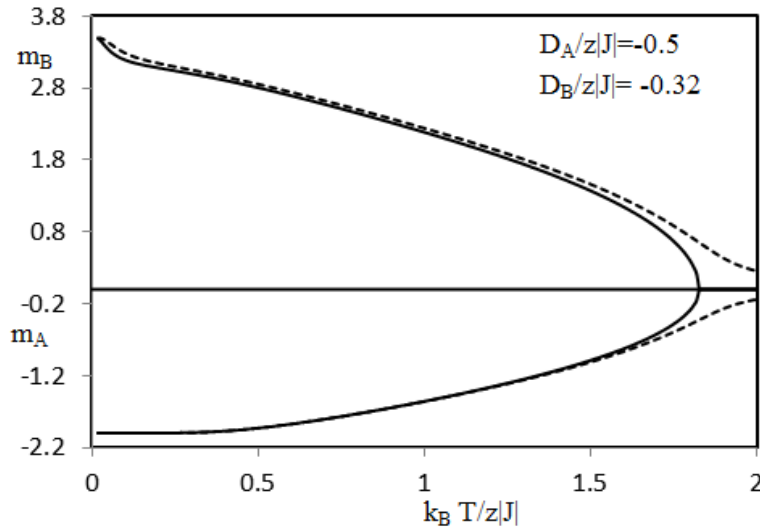
ولتوضيح السبب في هذا الارتفاع الحاد الذي يتعرض له منحنى  $\chi_B$ ، فإن الشكل 9(b) يبين الانخفاض السريع الذي يتعرض له منحنى العزم المغناطيسي  $m_B$  (منحنى الخط المتصل في الشكل) عند درجات الحرارة المنخفضة والقريبة جداً من الصفر المطلق في غياب تأثير المجال المغناطيسي الخارجي والذي لا يرافقه نفس الانخفاض عند تأثير المجال الخارجي مما يجعل الفارق في العزمين (عند أي درجة حرارة معينة) مرتفعاً مقارنةً بالمجال المغناطيسي المؤثر  $H$  ويرفع من قيم التأثيرية المغناطيسية الجزئية  $\chi_B$ ، في مدى قصير من درجات الحرارة.

ويبدو واضحاً من الشكل 9(a)، أن منحنى  $\chi_A$  يسلك السلوك المعتاد لمنحنيات التأثيرية في المواد الفييري مغناطيسية ويشبه في شكله منحنى  $\chi_A$  في الشكل (8) و لا يتعرض للارتفاع أو الهبوط السريع الذي يتعرض له منحنى التأثيرية المغناطيسية الجزئية  $\chi_B$  في درجات الحرارة المنخفضة والقريبة من الصفر المطلق، ويرجع السبب في ذلك الى أن منحنى العزم المغناطيسي  $m_A$  المبينان في الشكل 9(b) منطبقان تقريباً، قبل وبعد تأثير المجال المغناطيسي الخارجي  $H$  و الفارق بينهما صغير جداً عند درجات الحرارة القريبة من الصفر المطلق مما أنتج تأثيرية مغناطيسية  $\chi_A$  ضعيفة ومشابهة للتأثيرية المغناطيسية  $\chi_A$  المبينة في الشكل (8).

أبواب، 2016



(a)



(b)

الشكل 9. (a) التغيير في التأثيرية المغناطيسية  $\chi_A$  و  $\chi_B$  والتأثيرية المغناطيسية للشبكة الكلية  $\chi$  مع التغيير في درجات الحرارة المطلقة لنظام آيزينغ الفيري مغناطيسي من الرتبة  $(2, 7/2)$  عند قيم ثابتة للمجال البلوري وهي

$$D_A/z|J| = -0.5 \text{ و } D_B/z|J| = -0.32$$

(b) التغيير في كل من العزم المغناطيسي الجزئي  $m_A$  و  $m_B$  والكلي  $m$  مع تغيير درجات الحرارة عند نفس قيم المجال البلوري السابقة. تمثل المنحنيات ذات الخط المتصل العزوم المغناطيسية عندما  $H=0$ ، وذات الخط المتقطع، العزوم المغناطيسية عندما  $H \neq 0$ .



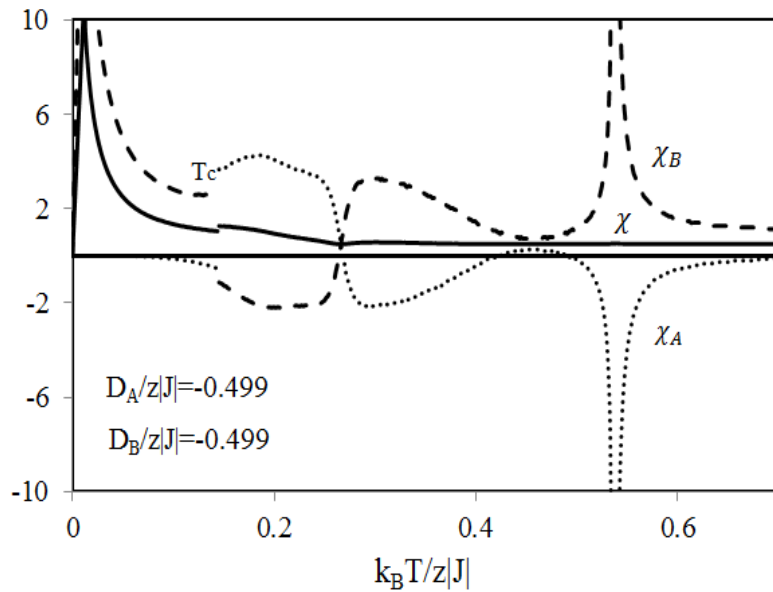
أما بالنسبة لمنحنى التأثيرية الكلية  $\chi$ ، فيبدو واضحاً من الشكل (9a)، أنه يشابه في سلوكه منحنى التأثيرية الجزئية  $\chi_B$  حيث يتعرض أيضاً للزيادة و الانخفاض الحاد عند درجات الحرارة القريبة جداً من درجة حرارة الصفر المطلق. ونستنتج من ذلك أن  $\chi_B$ ، في هذه الحالة، هي المسؤولة عن السلوك غير المعتاد لتأثيرية الشبكة  $\chi$  عند درجات الحرارة المنخفضة.

يحتوي الشكل (10) على منحنيات التأثيرية عند احدى النقاط القريبة من النقطة (-0.5, -0.5) في مخطط الحالة الأرضية للنظام وهي النقطة  $(D_A/Z|J|, D_B/Z|J|) = (-0.499, -0.499)$ ، والواقعة بمنطقة منحنيات انتقال الطور المبينة في الشكل (4). عند هذه النقطة، تتخذ منحنيات التأثيرية المغناطيسية أشكالاً غير معتادة وتختلف الى حد بعيد عن منحنيات التأثيرية المعروفة، وذلك لأن النظام المغناطيسي في هذه الحالة يتعرض الى انتقال في الطور من الرتبة الأولى عند درجة الحرارة الحرجة  $T_c$ . و يمكن تقسيم التغير في هذه المنحنيات مع التغير في درجات الحرارة الى عدة مناطق على النحو التالي:

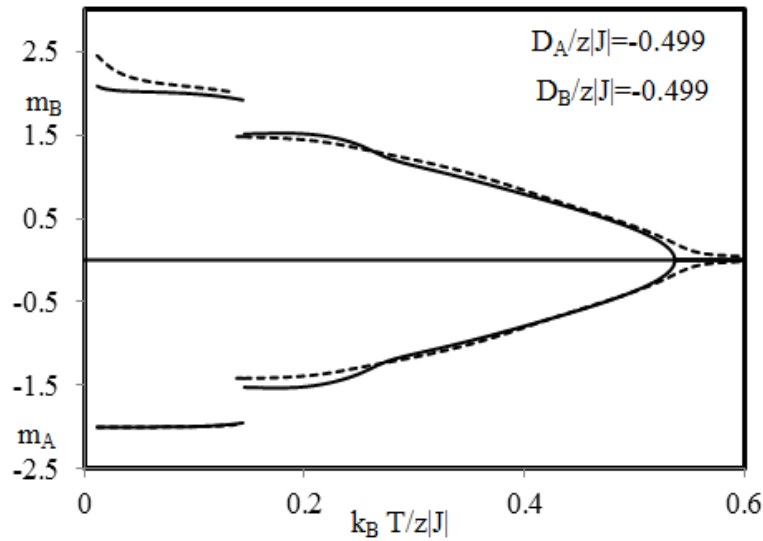
**المنطقة الأولى:** وهي المنطقة المحصورة بين  $k_B T_c/ZJ = 0.1438$  و  $k_B T/Z|J|=0$ ، وهي منطقة الطور الفيدي مغناطيسي المرتب  $O_5$  (أنظر الى الشكل (4))، وفي هذه المنطقة، يتعرض منحنى التأثيرية الجزئية  $\chi_B$  الى الارتفاع السريع والحاد في قيمه الموجبة من الصفر حتى يصل الى قيمة عالية جداً عند درجات الحرارة المنخفضة والقريبة جداً من درجة حرارة الصفر المطلق ثم ينخفض سريعاً مع ارتفاع درجات الحرارة الى أن يصل الى أدنى قيمة موجبة أيضاً مكوناً قمة حادة، بينما تزداد القيم السالبة للتأثيرية  $\chi_A$  في هذه المنطقة ببطء حتى تصل الى أعلى قيمة سالبة وصغيرة.

بالنسبة لمنحنى تأثيرية الشبكة الكلية  $\chi$  فهو يشابه تماماً منحنى التأثيرية  $\chi_B$  في هذه المنطقة.

إن تفسير السلوك السابق لكل من  $\chi_B$  و  $\chi_A$  هو أن تأثير المجال المغناطيسي الخارجي  $H$  على العزوم المغناطيسية  $S_j^B$  في هذه المنطقة أكبر بكثير من التأثير المتبادل بينها وبين العزوم المغناطيسية المجاورة  $S_j^B$  التي تتفاعل معها عن طريق ثابت التفاعل المتبادل  $J$ . (السالب الإشارة) مما يزيد من قيمة العزم المغناطيسي المتوسط  $m_B$  في اتجاه المجال المغناطيسي الخارجي وتكتسب ذرات الشبكة  $B$  تأثيرية موجبة بينما يكون تأثير  $H$  على العزوم المغناطيسية  $S_j^A$  اقل من التأثير المتبادل بينها وبين العزوم المغناطيسية المجاورة لها  $S_j^B$  والتي تعمل على دفعها في الاتجاه المعاكس لاتجاه  $H$  وينتج عن ذلك أن يزداد العزم المغناطيسي المتوسط  $m_B$  في اتجاه المجال المغناطيسي الخارجي الموجب لتكتسب الشبكة الجزئية  $B$  تأثيرية موجبة في هذه المنطقة، بينما يزداد  $m_A$  في الاتجاه السالب عكس اتجاه  $H$  لتكتسب الشبكة الجزئية  $A$  تأثيرية سالبة.



(a)



(b)

الشكل 10. (a) التغير في التأثرية المغناطيسية  $\chi_A$  للشبيكة الجزئية A و  $\chi_B$  للشبيكة الجزئية B والتأثرية المغناطيسية للشبيكة الكلية  $\chi$  مع التغير في درجات الحرارة المطلقة لنظام آيزينق الفيري مغناطيسي من الرتبة  $(2, 7/2)$  عند قيم ثابتة للمجال البلوري وهي

$$D_A / |z| J = -0.499 \text{ و } D_B / |z| J = -0.499$$

(b) التغير في كل من العزم المغناطيسي الجزئي  $m_A$  و  $m_B$  والكلبي  $m$  مع تغير درجات الحرارة عند نفس قيم المجال البلوري السابقة. تمثل المنحنيات ذات الخط المتصل العزوم المغناطيسية عندما  $H=0$ ، وذات الخط المتقطع، العزوم المغناطيسية عندما  $H \neq 0$ .

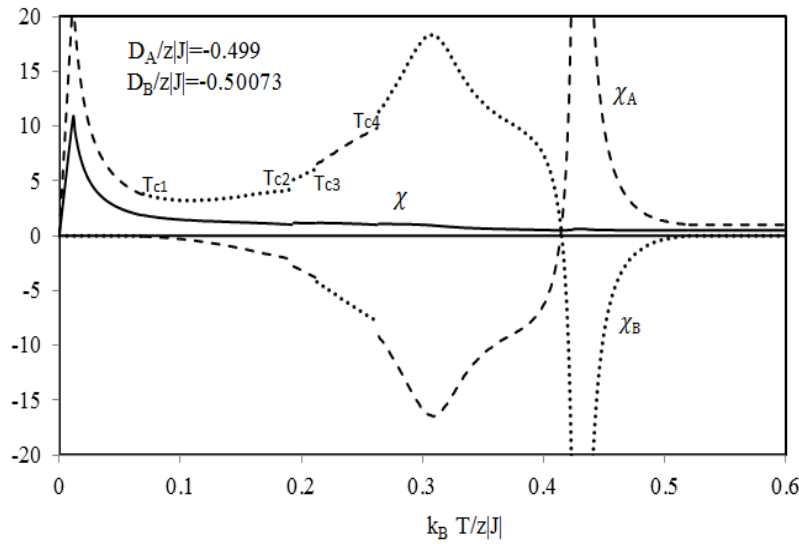
**المنطقة الثانية:** وهي المنطقة المحصورة بين درجتي الحرارة  $k_B T_c / zJ = 0.1438$  و  $k_B T / z|J| = 0.269$ ، وهي تقع في منطقة الطور المغناطيسي المرتب  $O_5$ . وبما أن درجة الحرارة  $k_B T_c / zJ = 0.1438$  هي نقطة انتقال في الطور من الرتبة الأولى فسوف ينتقل الطور عند هذه النقطة من الطور المرتب  $O_5$  الى الطور المرتب  $O_5$ ، وينتج عن ذلك قفز في العزوم المغناطيسية عند هذه النقطة من قيم الى قيم أخرى أقل (كما هو مبين بالشكل (b) 10) ويتبع ذلك قفز في التأثيرية  $\chi_B$  من قيمة موجبة الى قيمة سالبة عند درجة حرارة الانتقال. تتزايد هذه القيم السالبة في البداية مع زيادة الحرارة ثم تتناقص الى أن تتقاطع مع محور  $k_B T / z|J|$  وتندم ( $\chi_B = 0$ ) عند درجة الحرارة  $k_B T / z|J| = 0.265$ ، أما بالنسبة للتأثيرية  $\chi_A$  فهي تقفز عند درجة حرارة انتقال الطور  $k_B T_c / z|J| = 0.1438$  من قيمتها السالبة الى قيمة أخرى موجبة ثم تتزايد قيمها الموجبة لمدى محدد من درجات الحرارة لتتناقص بعدها الى أن تصل الى الصفر وتتقاطع مع محور  $k_B T / zJ$  عند درجة الحرارة  $k_B T / z|J| = 0.269$ . اما بالنسبة للتأثيرية الكلية  $\chi$  فتحمل في بداية المنطقة الثانية قيمة صغيرة تتناقص تناقصاً بطيئاً مع زيادة درجات الحرارة، كما هو موضح بالشكل (a) 10.

**المنطقة الثالثة:** في هذه المنطقة (والتي تقع أيضاً في الطور المرتب  $O_5$ ) تتزايد القيم الموجبة للتأثيرية  $\chi_B$  مع زيادة درجات الحرارة ثم تتناقص الى أن تقترب من الصفر ثم تتزايد مرة أخرى تزايداً سريعاً الى أن تؤول الى  $(\infty)$  (نظرياً) عند درجة الحرارة الحرجة  $T_c$ ، وفي نفس الوقت، تتزايد القيم السالبة للتأثيرية  $\chi_A$  ثم تتناقص لتقترب من الصفر ثم تتزايد مرة أخرى في المحور السالب تزايداً سريعاً الى أن تؤول الى  $(-\infty)$  عند درجة الحرارة الحرجة  $T_c$ . بالنسبة لقيم التأثيرية الكلية للشبيكة  $\chi$  فيبدو واضحاً من الشكل أنها صغيرة وثابتة تقريباً في هذه المنطقة ولا تتغير بتغير درجات حرارة الشبيكة.

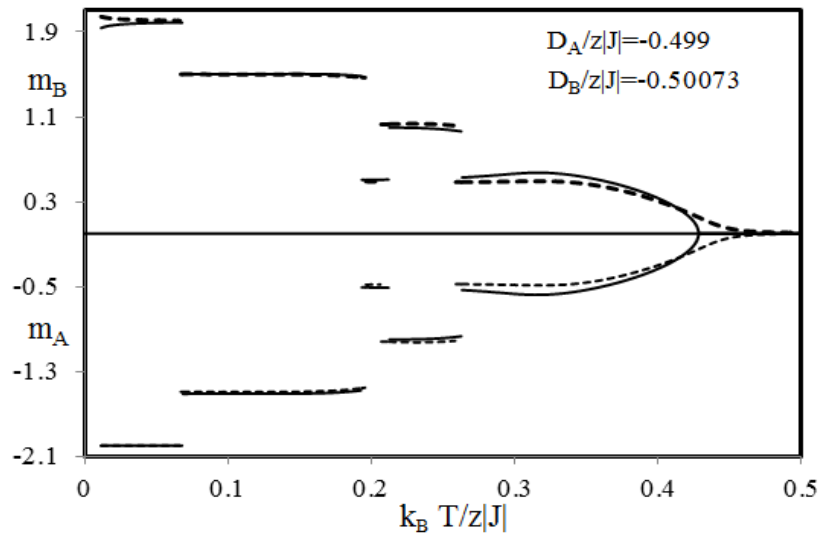
**المنطقة الرابعة:** في هذه المنطقة التي تمتد فيها درجات الحرارة من درجة الحرارة الحرجة  $k_B T_c / z|J|$  الى أن تؤول الى  $(\infty)$ ، والتي تقع في منطقة الطور البارامغناطيسي، فإن  $\chi_B$  تسلك نفس السلوك الاعتيادي لتأثيرية المواد الفييري مغناطيسية في هذا الطور حيث تتبع قانون كوري- وايز المعروف والخاص بالمواد المغناطيسية في طورها البارامغناطيسي، والذي ينص على أن:  $\chi_B \propto \frac{1}{T - T_c}$ ، وينطبق هذا القانون كذلك على القيم السالبة للتأثيرية  $\chi_A$  حيث:  $\chi_A \propto \frac{-1}{T - T_c}$ .

ويبين الشكل (a) 11 في منحنيات التأثيرية المغناطيسية مع زيادة درجات الحرارة عند النقطة  $(D_A/z|J|, D_B/z|J|) = (-0.50073, -0.499)$ ، وهي النقطة الأقرب من كل النقاط السابقة الى النقطة  $(-0.5, -0.5)$ ، وتقع نقطة العمل في منطقة منحنيات انتقال الطور المبينة في الشكل (6). بالرجوع الى هذه المنحنيات، نلاحظ أن النظام عند هذه النقطة سوف يمر، عند رفع درجة حرارة الشبيكة، بخمسة من الأطوار الفييري مغناطيسية المرتبة على النحو التالي:  $O_5 \rightarrow O'_5 \rightarrow O'_8 \rightarrow O'_6 \rightarrow O'_8$  تفصلها اربعة نقاط تحول في الطور من الرتبة الأولى وهي:  $(T_{c1}, T_{c2}, T_{c3}, T_{c4})$ . كما يبين الشكل (b) 11 القفز المفاجئ الذي يحدث للعزوم المغناطيسية  $(m_A, m_B, m)$  من قيم الى قيم أخرى في نقاط انتقال الطور السابقة، عند رفع درجات حرارة الشبيكة. ونتيجة لذلك، يحدث قفز مفاجئ في التأثيرية المغناطيسية  $\chi_B$  من قيمة موجبة

الى قيمة سالبة عند النقطة  $T_{c1}$ ، ومن قيمة سالبة الى قيمة سالبة أقل عند النقطة  $T_{c2}$ ، ومن قيمة سالبة الى قيمة موجبة عند النقطة  $T_{c3}$  ومن قيمة موجبة الى قيمة سالبة عند النقطة  $T_{c4}$ .



(a)



(b)

الشكل 11. (a) التغير في التأثيرية المغناطيسية  $\chi_A$  للشبكة الجزئية A و  $\chi_B$  للشبكة الجزئية B والتأثيرية المغناطيسية للشبكة الكلية  $\chi$  مع التغير في درجات الحرارة المطلقة لنظام آيزينق الفيري مغناطيسي من الرتبة (2, 7/2) عند قيم ثابتة للمجال البلوري وهي

$$D_A/z|J| = -0.499 \text{ و } D_B/z|J| = -0.50073$$

(b) التغير في كل من العزم المغناطيسي الجزئي  $m_A$  و  $m_B$  والكلي  $m$  مع تغير درجات الحرارة عند نفس قيم المجال البلوري السابقة. تمثل المنحنيات ذات الخط المتصل العزوم المغناطيسية عندما  $H=0$ ، وذات الخط المتقطع، العزوم المغناطيسية عندما  $H \neq 0$ .

إن نفس السلوك السابق لمنحنى التأثيرية الجزئية  $\chi_B$  ينطبق على سلوك منحنى التأثيرية الجزئية  $\chi_A$ . مع اختلاف إشارة التأثيرية في كل حالة من الحالات السابقة. من ذلك نستنتج التبادل الواضح في إشارتي كل من  $\chi_A$  و  $\chi_B$  عند كل مرحلة من المراحل السابقة (لاحظ من الشكل أنه عندما تكون قيم  $\chi_B$  موجبة الإشارة تكون قيم  $\chi_A$  سالبة الإشارة، والعكس صحيح). وعند النقاط القريبة من درجة الحرارة الحرجة من الرتبة الثانية  $T_c$ ، وكذلك في الطور البارامغناطيسي غير المرتب، تسلك منحنيات التأثيرية المغناطيسية نفس السلوك الاعتيادي الذي تم شرحه عند دراسة الأشكال السابقة لمنحنيات التأثيرية.

بالنسبة لمنحنى تأثيرية الشبكة الكلية  $\chi$ ، فيبدو واضحاً من الشكل  $11(a)$ ، أنه يتزايد ثم يتناقص بشكل حاد وسريع عند درجات الحرارة القريبة من درجة حرارة الصفر المطلق ثم يتناقص ببطء شديد مع زيادة درجات الحرارة وتصبح قيم  $\chi$  ثابتة تقريباً و لا تتغير مع تغير درجات الحرارة عند درجات الحرارة العالية.

#### 4. الاستنتاجات (Conclusions)

في هذه الدراسة، تم تطبيق نظرية المجال المتوسط (Mean field theory) على نموذج آيزينق لدراسة نظام فيري مغناطيسي مختلط من الرتبة (2, 7/2). وخلال الدراسة، ومع رفع درجات حرارة النظام، تم التحقق من احتواء النظام على خطوط انتقال في الطور من الرتبة الأولى (first order phase transition lines)، وهي تفصل بين الأطوار المغناطيسية المرتبة في بعض المناطق القريبة جداً من النقطة، (0.5, -0.5) في مخطط الحالة الأرضية (الصفيرية) للنظام (ground state phase diagram). وعند اختيار قيم المجال البلوري الأحادي للشبكة بحيث تقع مناطق العمل قريبة جداً من النقطة (0.5, -0.5)، وبعد رفع درجات حرارة النظام، يُلاحظ ظهور منحنى النقاط الحرجة  $C_1$  الذي يفصل بين الطور الفييري مغناطيسي المرتب  $O_5$  والطور الفييري مغناطيسي المرتب  $O_8$  في مخطط الحالة الأرضية. كما أنه عند اقتراب النقاط المختارة من النقطة (0.5, -0.5)، يظهر بالإضافة إلى المنحنى السابق، منحنى آخر قصير  $C_2$  يفصل بين الطور المرتب  $O_5$  و طور مرتب جديد  $O'_5$  ينشأ مع ارتفاع درجات الحرارة. وعند زيادة الاقتراب من النقطة (0.5, -0.5)، يزداد طول المنحنى  $C_2$  ويزداد اقترابه من المنحنى  $C_1$  ثم يظهر منحنى ثالث  $C_3$  يلتقي بالمنحنى  $C_1$  من الأعلى في نقطة تسمى النقطة الثلاثية (Triple point) ويفصل هذا المنحنى بين طورين ناشئين جديدين وهما الطور المرتب  $O'_6$  و الطور المرتب  $O_8$ ، ويزداد اتساع منطقة الطور المرتب  $O'_6$  كلما ازداد اقتراب منطقة العمل من النقطة (0.5, -0.5).

تم الحصول على منحنيات جديدة وذات سلوك غير معتاد للتأثيرية المغناطيسية  $\chi_A$  و  $\chi_B$  لكل من الشبكتين الجزئيتين المكونتين للشبكة الكلية. في إحدى المناطق القريبة جداً من النقطة (0.5, -0.5) في مخطط الحالة الأرضية، وفي إحدى النقاط الواقعة في هذه المنطقة، والتي تظهر فيها (عند رفع درجة الحرارة) أربعة أطوار مغناطيسية مرتبة ومختلفة وتفصل بينها خطوط تحول في الطور من الرتبة الأولى، وُجد أن سلوك التأثيرية الجزئية  $\chi_A$  و  $\chi_B$  يختلف من طور إلى آخر وأن إشارة كل من  $\chi_A$  و  $\chi_B$  تتغير

عند انتقال النظام من طور مرتب الى طور مرتب مختلف، مع ارتفاع درجة حرارته، كما تتبادل كل من  $\chi_B$  و  $\chi_A$  الإشارة فعندما تكون  $\chi_A$  سالبة الإشارة في أي طور من الأطوار تكون  $\chi_B$  موجبة الإشارة، والعكس صحيح. في هذه المنطقة، يلاحظ أن تأثيرية الشبيكة الكلية  $\chi$  ثابتة تقريبا ولا تتغير بتغير درجات الحرارة عند درجات المعتدلة والعالية.

إن النتائج السابقة، لما لها من أهمية، سوف تشجع الباحثين في مجال الفيزياء النظرية (Theoretical Physics) للعمل على تأكيد هذه النتائج باستخدام طرق أكثر دقة من النظرية المستخدمة في هذا البحث، مثل محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo simulations)، كما تفتح الباب أمام الباحثين في مجال الفيزياء التجريبية (Experimental Physics)، لتصنيع المواد الفييري مغناطيسية المختلطة من الرتبة (2, 7/2) والتي تتطابق مواصفاتها مع مواصفات النظام الفييري مغناطيسي الذي تمت دراسته، وتمكنهم بالتالي من اختبار هذه النتائج عملياً والاستفادة من هذا النوع من المواد عند تصنيع الأجهزة التي تدخل المواد الفييري مغناطيسية في تركيبها.

## المراجع

- Abubrig F. (2013). Mean-Field Solution of a Mixed Spin-3/2 and Spin-2 Ising Ferrimagnetic System with Different Single-Ion Anisotropies. *Open Journal of Applied Sciences*, 3: 218-223.
- Abubrig F. (2013). Mean-Field Solution of the Mixed Spin-2 and Spin-5/2 Ising Ferrimagnetic System with Different Single-Ion Anisotropies. *Open Journal of Applied Sciences*, 3: 270-277.
- Abubrig F., and Gneper M. (2016). Phase Transitions and Multicritical Points in the Mixed Spin-2 and spin-7/2 Ising Ferrimagnetic System with Two Crystal Field Interactions. *Journal of Humanities and Applied Science*, 28: 34-52.
- Abubrig O.F., Horvath D., Bobak A., and Jascur M. (2001). Mean-Field Solution of the Mixed Spin-1 and Spin-3/2 Ising System with Different Single-Ion Anisotropies. *Physica A*, 296(3-4): 437-450.
- Albayrak E. (2007). Mixed-Spin-2 and Spin-5/2 Blume-Emery- Griffiths Model. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 375(1): 174-184.
- Bobak A. (1998). The Effect of Anisotropies on the Magnetic Properties of a Mixed Spin-1 and Spin-3/2 Ising Ferrimagnetic System. *Physica A*, 258(1-2): 140-156.
- Bobak A., and Jurcisin M. (1997). Discussion of Critical Behaviour in a Mixed-Spin Ising Model," *Physica A*, 240 (3-4): 647-656.
- Bobak A., Abubrig O.F., and Horvath D. (2002). An Effective-Field Study of the Mixed Spin-1 and Spin-3/2 Ising Ferrimagnetic System. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 246(1-2): 177-183.

- Bobak A., and Dely J. (2007). Phase Transitions and Multicritical Points in the Mixed Spin-3/2 and Spin-2 Ising System with a Single-Ion Anisotropy. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 310(2): 1419-1421.
- Buendia G.M., and Liendo J.A. (1997). Monte Carlo Simulation of a Mixed Spin-1/2 and Spin-3/2 Ising Ferrimagnetic System. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 9(25): 5439-5448.
- Buendia G.M., and Novotny M.A. (1997). Numerical Study of a Mixed Ising Ferrimagnetic System, *Journal of Physics: Condensed Matter*, 9(27): 5951-5964.
- Deviren B., Kantar E., and Keskin M. (2010). Magnetic Properties of a Mixed Spin-3/2 and Spin-2 Ising Ferrimagnetic System within the Effective-Field Theory. *Journal of the Korean Physical Society*, 56 (6): 1738-1747.
- Kaneyoshi V., and Chen J.C. (1991). Mean-Field Analysis of a Ferrimagnetic Mixed Spin System,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 98(1-2): 201-204.
- Kaneyoshi T., Jascur M., and Tomczak P. (1992). The Ferrimagnetic Mixed Spin-1/2 and Spin-3/2 Ising System. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 4(49): L653-L658.
- Kaneyoshi T. (1994). Tricritical Behavior of a Mixed Spin-1/2 and Spin-2 Ising System. *Physica A*, 205(4): 677-686.
- Khan O. (1993). *Molecular Magnetism*, VCH Publishers, New York, USA.
- Li J., Du A., and Wei G. Z. (2003). Green Function Study of a Mixed-Spin-2 and Spin-5/2 Heisenberg Ferrimagnetic System on a Honeycomb Lattice. *Physica Status Solidi (b)*, 238(1): 191-197.
- Li J., Du A., and Wei G.Z. (2004). The Compensation Behavior of a Mixed-Spin-2 and Spin-5/2 Heisenberg Ferrimagnetic System on a Honeycomb Lattice. *Physica B*, 348(1-4): 79-88.
- Mallah T., Thiébaud S., Verdaguer M., and Veillet P. (1993). Molecular-based magnets with high magnetic-ordering temperatures, *Science*, 262(5139): 1554-7.
- Mansuripur M., (1987). Magnetization Reversal, "Coercivity, and the Process of Thermomagnetic Recording in Thin Films of Amorphous Rare Earth Transition Metal Alloys. *Journal of Applied Physics*, 61(4): 1580- 1587.
- Nakamura Y. (2000). Existence of a Compensation Temperature of a Mixed Spin-2 and Spin-5/2 Ising Ferrimagnetic System on a Layered Honeycomb Lattice. *Physical Review B*, 62(17): 11742-11746.
- Nakamura Y. (2000). Monte Carlo Study of a Mixed Spin-2 and Spin-5/2 Ising System on a Honeycomb Lattice. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 12(17): 4067-4074.
- Nakamura Y., and Tucker J.W. (2002). Monte Carlo Study of a Mixed Spin-1 and Spin-3/2 Ising Ferromagnet. *IEEE Transactions on Magnetics*, 38(5): 2406-2408.

- Quadros S.G.A., and Salinas S.R. (1994). Renormalization- Group Calculations for a Mixed-Spin Ising Model. *Phy- sica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 206(3-4): 479-496.
- Tanaka F., Tanaka S., and Imamura N. (1987). Magneto-Optical Recording Characteristics of *TbFeCo* Media by Magnetic Field Modulation Method. *Japan Journal of Applied Physics*, 26: 231-235.
- Tucker J.W. (1999). The Ferrimagnetic Mixed Spin-1/2 and Spin-1 Sing System. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 195 (3): 733-740.
- Tucker J.W. (2001). Mixed Spin-1 and Spin-3/2 Blume-Capel Ising Ferromagnet,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 237(2): 215-224.
- Wang Wei, Dan Lv, Zhang Fan, Bi Jiang-lin, and Chen Junnan (2016). Monte Carlo simulation of magnetic properties of a mixed spin-2 and spin-5/2 ferrimagnetic Ising system in a longitudinal magnetic field. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 385: 16-26.
- Zhang G.M., and Yang C.Z. (1993). Monte Carlo Study of the Two-Dimensional Quadratic Ising Ferromagnet with Spins  $S=1/2$  and  $S=1$  and with Crystal-Field Interactions. *Physical Review B*, 48(13): 9452-9455.