

التنبؤ لبعض الظواهر الحياتية في مدينة زليتن باستخدام توزيع وايبيل المعمم

سالمة عمر بالعيد علي*¹ ، عبدالسلام محمد قنيديلة¹ ، محمود أحمد أشتيوي²

¹ قسم الإحصاء ، كلية العلوم ، الجامعة الاسمية الإسلامية ، زليتن ، ليبيا
² قسم الإحصاء ، كلية العلوم ، جامعة المرقب ، الخمس ، ليبيا

الملخص

يستعرض هذا البحث إحدى التوزيعات الاحتمالية الهامة جداً و كيفية الاستفادة منه في حياتنا اليومية و المستقبلية و على وجه الخصوص في عمليات التنبؤ لبعض الظواهر الحياتية لمدينة زليتن، وكذلك يقدم هذا البحث تقدير لمعالم توزيع وايبيل المعمم ذو الثلاث معالم بطريقة الإمكان الأكبر (M.L.E) و كيفية استخدام هذه المقدرات باستعمال أسلوب المحاكاة في التنبؤ على المدى الطويل بالاحتمالات المتوقعة بطريقة المربعات الصغرى (L.S.M) لدرجات الحرارة وكميات الأمطار ونسبة الرطوبة لمدينة زليتن مع المقارنة بين القيم الحقيقية والتقديرية لبيانات الدراسة، إضافة إلى ذلك تم تسليط الضوء على مدى ملائمة بيانات درجات الحرارة، كميات الأمطار، والرطوبة النسبية لتوزيع وايبيل ذي الثلاث معالم، و مدى تماثل القيم الحقيقية والتقديرية من خلال توزيع وايبيل الاحتمالي ذو الثلاث معالم، والتنبؤ بدرجات الحرارة، كميات الأمطار، والرطوبة النسبية خلال الفترة الزمنية (2019-2049م). وقد بينت النتائج ملائمة بيانات الدراسة لتوزيع وايبيل المعمم، وأن درجات الحرارة و كميات الأمطار لمدينة زليتن للفترة من 1980-2009م تتزايد مع تقدم السنوات، وهناك احتمال تجاوزت قيمته 95% بحدوث ارتفاع في معدل درجات حرارة و من المحتمل ان لا يقل متوسطها عن (27⁰م) وهناك احتمال مؤكد بهطول كميات من الامطار و من المحتمل ان لا يقل متوسطها عن (94.09 ملم)، وهناك احتمال مؤكد لحدوث رطوبة نسبية عالية و من المحتمل ان لا يقل متوسطها عن (62) على مدينة زليتن خلال الفترة الزمنية (2019-2049م).

ABSTRACT

This research reviews one of the very important probability distributions and how to benefit from it in our daily and future lives, in particular in the predictions of some life phenomena for the city of Zliten. The use of these estimations using the simulation method in the long-term prediction of the expected possibilities by the least squares method (LSM) for temperatures, rainfall and humidity for the city of Zliten, with a comparison between the real and estimated values of the study data, in addition, the appropriateness of temperature data was highlighted, the quantities of Precipitation, relative humidity of the three-parameter Weibull distribution, and the extent of similarity of the real and estimated values through the three-parameter Weibull probability distribution, and forecasting temperatures, rainfall, and relative humidity during the time period (2019-2049). The results showed the appropriateness of the study data to the distribution of generalized Weibull, and that the temperatures and amounts of rain for the city of Zliten for the period from 1980-2009 increased with the progression of the years, and there is a probability that its value exceeded 95% of a rise in the average temperature and its average is likely not less than (27 °C).) There is a certain possibility that amounts of rain will likely average not less

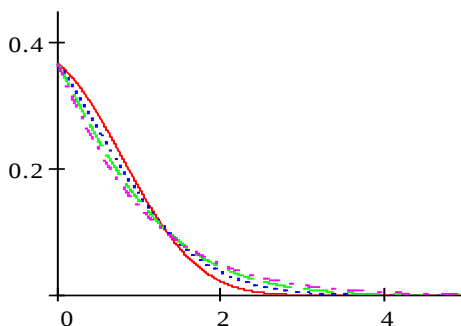
than (94.09 mm), and there is a certain possibility of high relative humidity, and its average is likely not less than (62) on the city of Zliten during the time period (2019-2049).

1. مقدمة

يعد توزيع وايبل من أهم التوزيعات الاحتمالية المستمرة ويستخدم بشكل واسع في الدراسات التي تقيس فترة الحياة للأنظمة الكهربائية والإلكترونية المعقدة في مجال الموثوقية Reliability وكذلك في مراقبة الجودة Quality Control. بحيث يوجد هذا التوزيع جانباً لجنب مع التوزيع الاسي Exponential Distribution في التطبيقات العلمية، إلا أن استخداماته أكثر من استخدامات التوزيع الاسي. وإذا كانت $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ عينة عشوائية من توزيع ويبل ذو الثلاث معالم (k, θ, β) والمعروف بالدالة الاحتمالية التالية:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \left[1 + \frac{k}{\theta}(x - \beta) \right]^{\frac{1}{k}-1} e^{-\left[1 + \frac{k}{\theta}(x - \beta) \right]^{\frac{1}{k}}}, & k \neq 0, k, \theta, \beta > 0, \beta < x < \infty \\ \frac{1}{\theta} e^{\frac{x-\beta}{\theta}} e^{-e^{\frac{x-\beta}{\theta}}}, & k = 0, \theta, \beta > 0, \beta < x < \infty \\ 0, & \text{o.w} \end{cases} \quad (1)$$

حيث: k تمثل معلمة الشكل (Shape Parameter) و θ تمثل معلمة القياس (Scale Parameter) أما β فتتمثل معلمة الموقع (Location Parameter). ويوضح الشكل رقم (1)، الشكل البياني لتوزيع وايبل المعمم ذو الثلاث معالم (β, θ, k) عندما $\beta = 0, \theta = 1, 0.25 < k < 1$



شكل 1: الشكل البياني لدالة كثافة احتمال توزيع وايبل المعمم ذو الثلاث معالم (β, θ, k)

و تعرف دالة التوزيع التراكمي لتوزيع وايبل المعمم كالتالي :

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-[1+\frac{k}{\theta}(x-\beta)]^{\frac{1}{k}}} , & K \neq 0 \\ 1 - e^{-e^{\left(\frac{x-\beta}{\theta}\right)}} , & K = 0 \end{cases} \rightarrow (2)$$

وعندما $K > 0$ فإن دالة كثافة احتمالية و يعرف المتوسط والتباين لتوزيع وايبل ذو الثلاث معالم تعرف كالاتي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{\theta} \left(\frac{x-\beta}{\theta} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x-\beta}{\theta}\right)^k} & k, \theta, \beta > 0, x > \beta \\ 0 & o.w \end{cases}$$

(Storm, 1986)

وتم أستخدم طريقة العزوم حول الصفر لإيجاد المتوسط والتباين لتوزيع وايبل ذو الثلاث معالم عندما $K > 0$ كالاتي :

$$\mu_r = E((x^r)) = \int_{\beta}^{\infty} x^r \frac{k}{\theta} \left(\frac{x-\beta}{\theta} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x-\beta}{\theta}\right)^k} dx$$

نفرض ان

$$y = \left(\frac{x-\beta}{\theta} \right)^k \rightarrow x = \theta y^{\frac{1}{k}} + \beta \rightarrow dx = \frac{\theta}{k} y^{\frac{1-k}{k}} dy$$

فإن

$$\mu_r = \int_0^{\infty} \left(\theta y^{\frac{1}{k}} + \beta \right)^r e^{-y} dy \rightarrow (3)$$

و باستخدام مفكوك ذي الحدين

$$(a + b)^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^j b^{n-j}$$

فإن

$$\therefore \mu_r = \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} \theta^j \beta^{r-j} \Gamma\left(\frac{j}{k} + 1\right), r = 1, 2, \dots$$

$$E(x) = \mu = \beta + \theta \Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) \quad \text{فإن } r$$

وإذا كان 1

$$E(x^2) = \beta^2 + 2\beta \theta \Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) + \theta^2 \Gamma\left(\frac{2}{k} + 1\right) \quad \text{فإن } r$$

أما إذا كان 2

ومنها يمكن إيجاد التباين $V(x)$ كالآتي :

$$\therefore \sigma_x^2 = \theta^2 \left[\Gamma\left(\frac{2}{k} + 1\right) - \left(\Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) \right)^2 \right]$$

حيث $\Gamma(n)$ هي دالة جاما وتعرف كالآتي :

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx, \quad \Gamma(n) = (n-1)\Gamma(n-1),$$

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

وتعرف دالة الموثوقية (Reliability Function) ومعدل الخطورة (Hazard Rate) لتوزيع وايبل المعمم ذو الثلاث معالم من خلال دالة كثافة الاحتمال (1) كالآتي :

$$R(x) = 1 - F(x)$$

وعليه

$$R(x) = \begin{cases} e^{-\left[1 + \frac{k}{\theta}(x-\beta)\right]^{\frac{1}{k}}} & , K \neq 0 \\ e^{-e^{\left(\frac{x-\beta}{\theta}\right)}} & , K = 0 \end{cases} \rightarrow (4)$$

أما معدل الخطورة فيعرف كالآتي :

$$h(x) = \frac{f(x)}{R(x)}$$

وعليه

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \left[1 + \frac{k}{\theta}(x-\beta)\right]^{\frac{1}{k}-1} & , K \neq 0 \\ \frac{1}{\theta} e^{\left(\frac{x-\beta}{\theta}\right)} & , K = 0 \end{cases} \rightarrow (5)$$

وبالاعتماد على دالة كثافة الاحتمال (1) فإن :

توزيع وايبل يمثل التوزيع الأسّي *Exponential Distribtion* بالمعلمة θ عندما تكونمعلمة الشكل $k = 1$, ومعلمة الموقع $\beta = 0$ حيث

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & , x \geq 0 \\ 0 & , ow \end{cases}$$

توزيع وايبل يمثل توزيع مربع كاي *Chi Square Distribtion* ذو المعلمتين $(2, \frac{\theta}{2})$ عندما تكون معلمة الشكل $k = 2$, $\beta = 0$ حيث

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\frac{\theta}{2} - 1}{2^{\frac{\theta}{2}} \Gamma\left(\frac{\theta}{2}\right)} e^{-\frac{x}{2}} & , x > 0 \\ 0 & , ow \end{cases}$$

توزيع واييل ذو الثلاث معالم فإن التوزيع الناتج هو ما يعرف نهاية توزيع القيم المتطرفة *Extrem Value* أو توزيع جامبل *Gumbel Distribtion* عندما تكون معلمة الشكل $k = 0$ حيث

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{\left(\frac{x-\beta}{\theta}\right)} e^{-e^{\left(\frac{x-\beta}{\theta}\right)}} & , -\infty < x < \infty \\ 0 & , \quad \text{ow} \end{cases}$$

2. مشكلة البحث

تمثلت مشكلة البحث في التأكد من مدى ملائمة بيانات الدراسة لتوزيع واييل ذو الثلاث معالم، وإمكانية إيجاد مقدرات الإمكان الأكبر للمعالم المجهولة لتوزيع واييل المعمم للحالة الأولى عندما $K = 0$ والحالة الثانية عندما $K \neq 0$ ، والتأكد من مدى تماثل القيم الحقيقية و القيم التقديرية من خلال توزيع واييل ذو الثلاث معالم)، وتقدير الدالة التراكمية باستخدام ثلاثة طرق لاعلمية و كيفية استخدام هذه المقدرات باستعمال أسلوب المحاكاة في التنبؤ.

3. أهمية البحث وأهدافه

تكمن أهمية هذا البحث في مدى ملائمة بيانات درجات الحرارة، كميات الأمطار، والرطوبة النسبية لتوزيع واييل ذي الثلاث معالم، و مدى تماثل القيم الحقيقية والتقديرية، وفي عمليات التنبؤ لبعض الظواهر الحياتية لمدينة زليتن على المدى الطويل بالاحتمالات المتوقعة بطريقة المربعات الصغرى (L.S.M) لدرجات الحرارة وكميات الأمطار ونسبة الرطوبة مع المقارنة بين القيم الحقيقية والتقديرية لبيانات الدراسة خلال الفترة الزمنية (2019-2049م).

4. منهجية البحث

تم الاعتماد في هذا البحث على المنهج الوصفي التحليلي لتعريف توزيع واييل ودراسة بعض خصائصه المتمثلة في الدالة التراكمية والدالة الموثوقية ومعدل الخطورة وتوضيح علاقة توزيع واييل ذو الثلاث معالم بالتوزيعات الأخرى، وإيجاد مقدرات الإمكان الأكبر للمعالم المجهولة. إضافة لذلك استخدمت البيانات الخاصة بدرجات الحرارة وكميات الأمطار والرطوبة النسبية لمدينة زليتن عن الفترة الممتدة من سنة 1980 حتى سنة 2009 م من واقع سجلات مركز الأرصاد الجوي الخمس قسم المناخ لعام 2015م لغرض التحليل والتنبؤ.

5. فرضيات البحث

1. مدى ملائمة بيانات الدراسة لتوزيع وايبل ذو الثلاث معالم.
2. مدى تماثل القيم الحقيقية و القيم التقديرية من خلال توزيع وايبل ذو الثلاث معالم.
3. مدى تغير درجات الحرارة و كميات الأمطار لمدينة زليتن للفترة من 1980-2009م .
4. مدى تغير معدل درجات حرارة، و هطول كميات من الامطار، ومعدلات الرطوبة خلال الفترة الزمنية (2019-2049م).

6. تقديرات الإمكان الأكبر

في هذا البند سوف يتم استخدام طريقة الإمكان الأكبر (Maximum Likelihood Method) لتقدير المعالم المجهولة لتوزيع وايبل المعمم ذو الثلاث معالم (دالة كثافة الاحتمال (1)) وذلك عندما $K = 0$ وعندما $K \neq 0$.

6.1 تقدير الإمكان الأكبر عندما $K = 0$

لدينا

$$L = \frac{1}{\theta^n} e^{\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n (x_i - \beta)} e^{-\sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{x_i - \beta}{\theta}\right)}}$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة رقم (9) نتحصل على :

$$\ln L = -n \ln \theta + \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n (x_i - \beta) - \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{x_i - \beta}{\theta}\right)} \rightarrow (6)$$

بأخذ التفاضل الأول بالنسبة للمعالم المجهولة θ, β ومساواته بالصفر نتحصل على مقدرات الإمكان الأكبر $(\hat{\theta}, \hat{\beta})$ كالآتي

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \beta) \left[e^{\left(\frac{x_i - \beta}{\theta}\right)} - 1 \right] \rightarrow (7)$$

$$\hat{\beta} = \theta \left[\ln \sum_{i=1}^n e^{\frac{x_i}{\theta}} - \ln n \right] \rightarrow (8)$$

6.2 تقدير الإمكان الأكبر عندما $K \neq 0$

لدينا

$$L = \frac{1}{\theta^2} \prod_{i=1}^n \left[1 + \frac{k}{\theta} (x_i - \beta) \right]^{\frac{1}{k}-1} e^{-\sum_{i=1}^n \left[1 + \frac{k}{\theta} (x_i - \beta) \right]^{\frac{1}{k}}} \rightarrow (9)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة رقم (9) نتحصل على :

$$\ln l = -n \ln \theta + \left(\frac{1}{k} - 1 \right) \sum_{i=1}^n \ln \left[1 + \frac{k}{\theta} (x_i - \beta) \right] - \sum_{i=1}^n \left[1 + \frac{k}{\theta} (x_i - \beta) \right]^{\frac{1}{k}} \rightarrow (10)$$

و لإيجاد مقدرات الإمكان الأكبر للمعالم المجهولة سوف نقوم بتفاضل المعادلة رقم (10) بالنسبة للمعالم المجهولة (k, β, θ) ومساواة النتائج بالصفر نتحصل على مقدرات الإمكان الأكبر $(\hat{k}, \hat{\beta}, \hat{\theta})$ كالآتي :

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \beta) \left[\left[1 + \frac{k}{\theta} (x_i - \beta) \right]^{\frac{1}{k}-1} - (1 - k) \left[1 + \frac{k}{\theta} (x_i - \beta) \right]^{-1} \right] \rightarrow (11)$$

مقدر الإمكان الأكبر للمعلمة المجهولة β هو $\hat{\beta}$ حيث

$$\sum_{i=1}^n \left[1 + \frac{k}{\theta} (x_i - \hat{\beta}) \right]^{-1} \left[(k - 1) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{k} \left[1 + \frac{k}{\theta} (x_i - \hat{\beta}) \right]^{\frac{1}{k}} \right] = 0 \rightarrow (12)$$

أما مقدر الإمكان الأكبر للمعلمة المجهولة k هو $\hat{k}$ حيث

$$(1 - \hat{k}) \sum_{i=1}^n \left[1 + \frac{\hat{k}}{\theta} (x_i - \beta) \right]^{-1} \left[\frac{x_i - \beta}{\theta} \right] + \left(\frac{-1}{\hat{k}} \right) \sum_{i=1}^n \ln \left[1 + \frac{\hat{k}}{\theta} (x_i - \beta) \right] - \sum_{i=1}^n \left[1 + \frac{\hat{k}}{\theta} (x_i - \beta) \right]^{\frac{1}{\hat{k}} - 1} \left[\frac{x_i - \beta}{\theta} \right] = 0 \rightarrow (13)$$

7. طريقة وايت (*White's Method*) للتقدير الخطي

تعتمد هذه الطريقة على الدالة التجميعية (*c.d.f*) لصياغة نموذج الانحدار الخطي البسيط وذلك على الصورة التالية :

الحالة الأولى: عندما معلمة الشكل لاتساوي صفر ($k \neq 0$) من تعريف دالة التوزيع (2) لدينا

$$F(x) = 1 - e^{-\left[1 + \frac{k}{\theta}(x - \beta)\right]^{\frac{1}{k}}} \rightarrow (14)$$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين للمعادلة (14) نتحصل على

$$x = \beta + \frac{\theta}{k} \left([-\ln[1 - F]]^k - 1 \right) \rightarrow (15)$$

و إذا تم وضع $y = x$ ، $x = \frac{1}{k} \left([-\ln[1 - F]]^k - 1 \right)$ فإن المعادلة (15) يمكن إعادة

كتابتها كالآتي

$$y = \beta + \theta x \rightarrow (16)$$

y : تمثل قيم الظاهرة المدروسة لتوزيع وايبل ذو الثلاث معالم المعم

$\hat{F}$: تقدير لـ $F(x)$ والتي سيتم تقديرها باستخدام الطرق اللامعلمية التالية :

$$\hat{F}_i = \frac{i}{n+1} , \quad \hat{F}_i = \frac{i-0.5}{n} , \quad \hat{F}_i = \frac{i - \left(\frac{3}{8}\right)}{n+0.25}$$

الحالة الثانية: عندما معلمة الشكل تساوي صفر ($k = 0$) من تعريف دالة التوزيع لدينا

$$F = F(x) = 1 - e^{-e^{\left(\frac{x-\beta}{\theta}\right)}} \rightarrow (17)$$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين للمعادلة (17) نتحصل على

$$x = \beta + \theta \ln[-\ln[1 - F]] \rightarrow (18)$$

إذا تم وضع $y = x$ ، $y = \ln[-\ln[1 - F]]$ فإن المعادلة (18) يمكن إعادة كتابتها كالآتي :

$$y = \beta + \theta x \rightarrow (19)$$

حيث y : تمثل قيم الظاهرة المدروسة لتوزيع وايبل ذو الثلاث معالم المعمم

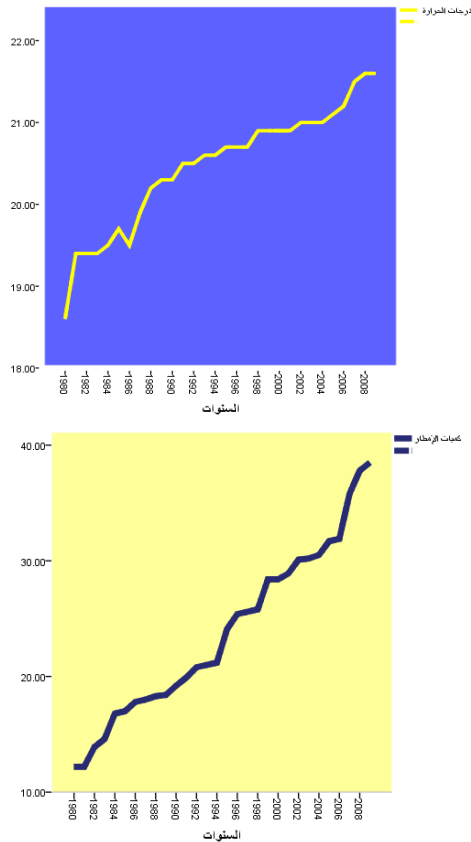
$\hat{F}$: تقدير لـ $F(x)$ والتي سيتم تقديرها من خلال الطرق اللامعلمية سالفة الذكر.

8. الجانب التطبيقي

في هذا الجانب تم التأكد من مدى ملائمة بيانات الدراسة لتوزيع وايبل ذو الثلاث معالم، وكذلك تم إيجاد مقدرات الإمكان الأكبر (MLE) للمعالم المجهولة (K, θ, β) لتوزيع وايبل المعمم عندما $K = 0$ وعندما $K \neq 0$ ، إضافة لذلك تم التأكد من مدى تماثل القيم الحقيقية و القيم التقديرية من خلال توزيع وايبل ذو الثلاث معالم. استخدمت في هذا البحث البيانات الخاصة بدرجات الحرارة وكميات الأمطار والرطوبة النسبية لمدينة زليتن عن الفترة الممتدة من سنة 1980 حتى سنة 2009 م من واقع سجلات مركز الأرصاد الجوي الخمس قسم المناخ لعام 2015م، والجدول رقم (1) التالي يبين المتوسطات السنوية لدرجات الحرارة وكميات الأمطار لمدينة زليتن خلال الفترة الزمنية 1980-2009م.

جدول 1: المتوسطات السنوية لدرجات الحرارة وكميات الأمطار للمنطقة ما بين 1980-2009م

المتوسط السنوي لكميات الأمطار	المتوسط السنوي لدرجات الحرارة	السنة	المتوسط السنوي لكميات الأمطار	المتوسط السنوي لدرجات الحرارة	السنة
24.1	20.7	1995	12.2	18.6	1980
25.4	20.7	1996	12.2	19.4	1981
25.6	20.7	1997	13.9	19.4	1982
25.8	20.9	1998	14.6	19.4	1983
28.4	20.9	1999	16.8	19.5	1984
28.4	20.9	2000	17.0	19.7	1985
28.9	20.9	2001	17.8	19.5	1986
30.1	21.0	2002	18.0	19.9	1987
30.2	21.0	2003	18.3	20.2	1988
30.5	21.0	2004	18.4	20.3	1989
31.7	21.1	2005	19.2	20.3	1990
31.9	21.2	2006	19.9	20.5	1991
35.8	21.5	2007	20.8	20.5	1992
37.8	21.6	2008	21.0	20.6	1993
38.5	21.6	2009	21.2	20.6	1994

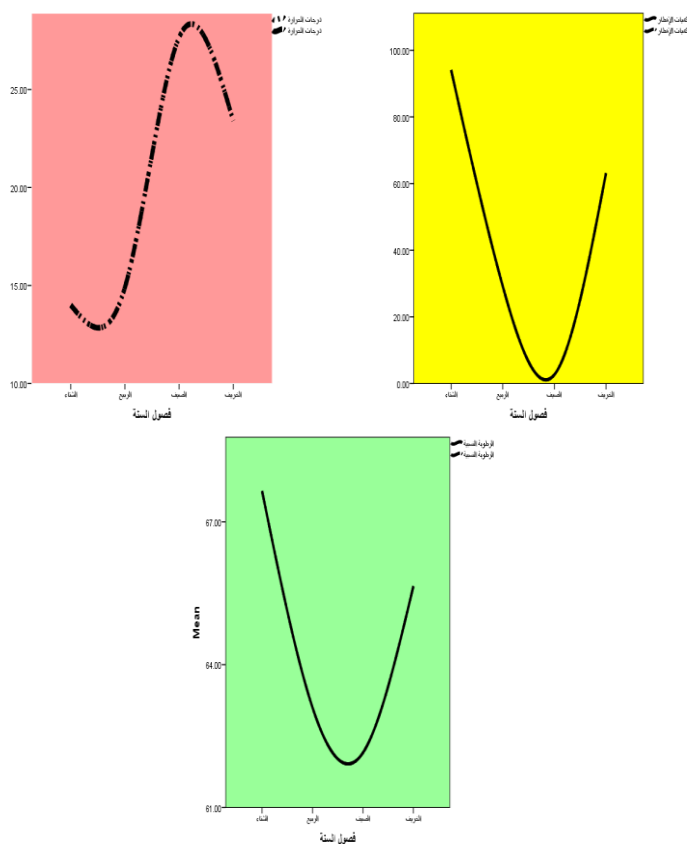


الشكل 2. المتوسطات الشهرية لدرجات الحرارة و لكميات الأمطار لمدينة زليتن للفترة من 1980-2009م

توضح من الشكل رقم (2)، أن درجات الحرارة و كميات الأمطار لمدينة زليتن للفترة من 1980-2009م تتزايد مع تقدم السنوات.

جدول 2: المتوسطات الفصلية لدرجات الحرارة وكميات الأمطار والرطوبة النسبية لمدينة زليتن للفترة من 2009-1980م

الفصل	متوسط درجات الحرارة (م ⁰)	متوسط كميات الأمطار (مم)	متوسط الرطوبة النسبية (%)
الشتاء	14.00	94.09	67.65
الربيع	14.90	29.20	63.10
الصيف	27.65	2.65	62.15
الخريف	23.40	63.15	65.65



الشكل 2. المتوسطات الفصلية لدرجات الحرارة و لكميات الأمطار، و الرطوبة النسبية لمدينة زليتن حسب فصول السنة

يتضح من الشكل رقم (2)، أن درجات الحرارة تبدأ في الزيادة مع بداية فصل الربيع الي ان تصل الى درجات حرارة عالية في فصل الصيف ثم تبدأ في التناقص مع حلول فصل الخريف و فصل

الشتاء. في حين تبين ان كميات الأمطار تصل الى أعلى مستوياتها خلال فصل الشتاء تم يبدأ مستوى هطولها في التناقص الي فصل الصيف و التي تشح فيه هطول الأمطار تم تبدأ من جديد في التزايد مع حلول فصل الخريف. اما بالنسبة للرطوبة النسبية فنلاحظ انها تتناقص خلال فصل الشتاء و الربيع و تزداد خلال فصل الصيف.

8.1 مقدرات الإمكان الأكبر (MLE) للمعالم المجهولة

وبعد التأكد من مدى ملائمة بيانات الدراسة لتوزيع وايبل المعمم بأستخدام اختبار جودة المطابقة، تم إيجاد مقدرات الإمكان الأكبر (MLE) للمعالم المجهولة (K, θ, β) وذلك عندما معلمة القياس لا تساوي صفر $(k \neq 0)$ وعندما تساوي صفر $(k = 0)$ ، والنتائج مبينة في الجداول رقم (4)، (5).

جدول (3): القيم المقدرة لمعالم توزيع وايبل المعمم $(k \neq 0)$

المعالم	بيانات درجات الحرارة		بيانات الأمطار		بيانات الرطوبة النسبية
	سنوية	فصلية	سنوية	فصلية	فصلية
β	20.83	21.35	27.80	48.15	64.72
θ	1.15	7.10	9.40	43.70	2.40
K	0.46	0.95	0.49	0.95	0.95

جدول (4): القيم المقدرة لمعالم توزيع وايبل المعمم $(k = 0)$

المعالم	بيانات درجات الحرارة		بيانات الأمطار		بيانات الرطوبة النسبية
	سنوية	فصلية	سنوية	فصلية	فصلية
β	20.81	32.67	27.50	64.50	65.72
$\hat{\theta}$	0.59	4.25	7.25	31.05	2.00

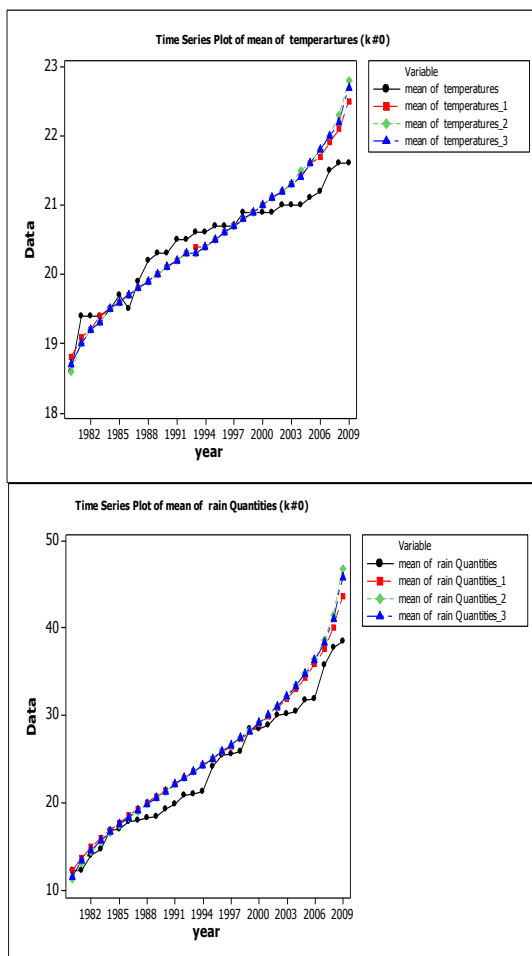
8.2 دراسة اتجاهات بيانات الدراسة

لدراسة اتجاهات معدلات درجات الحرارة ، كميات الأمطار ، الرطوبة النسبية و لمعرفة مدى تماثل القيم الحقيقية والتقديرية من خلال توزيع وايبل المعمم تم استخدام مقدرات الإمكان الأكبر المبينة في جدول رقم (4) و بالتطبيق في المعادلة رقم (16)، و تقديرات الدالة $F(x)$ باستخدام الطرق اللامعلمية الثلاثة تحصلنا على النتائج المبينة في الجدول رقم (5)، و المبينة في الجدول رقم (6).

جدول (5): القيم المقدرة لدرجات الحرارة وكميات الأمطار ($k \neq 0$)

$\hat{F}_i = \frac{i - \left(\frac{3}{8}\right)}{n + 0.25}$		$\hat{F}_i = \frac{i - 0.5}{n}$		$\hat{F}_i = \frac{i}{n + 1}$		السنوات
كميات الأمطار	درجات الحرارة	كميات الأمطار	درجات الحرارة	كميات الأمطار	درجات الحرارة	
11.5	18.7	11.2	18.6	12.2	18.8	1980
13.3	19	13.1	19	13.7	19.1	1981
14.5	19.2	14.4	19.2	14.9	19.2	1982
15.6	19.3	15.5	19.3	15.9	19.4	1983
16.6	19.5	16.5	19.5	16.8	19.5	1984
17.5	19.6	17.4	19.6	17.7	19.6	1985
18.3	19.7	18.2	19.7	18.5	19.7	1986
19.1	19.8	19	19.8	19.2	19.8	1987
19.9	19.9	19.8	19.9	20	19.9	1988
20.6	20	20.6	20	20.7	20	1989
21.3	20.1	21.3	20.1	21.4	20.1	1990
22.1	20.2	22.1	20.2	22.1	20.2	1991
22.8	20.3	22.8	20.3	22.8	20.3	1992
23.5	20.3	23.5	20.3	23.6	20.4	1993
24.3	20.4	24.3	20.4	24.3	20.4	1994
25	20.5	25	20.5	25	20.5	1995
25.8	20.6	25.8	20.6	25.8	20.6	1996
26.6	20.7	26.6	20.7	26.5	20.7	1997
27.4	20.8	27.4	20.8	27.3	20.8	1998
28.2	20.9	28.3	20.9	28.1	20.9	1999
29.1	21	29.2	21	29	21	2000
30.1	21.1	30.1	21.1	29.9	21.1	2001
31.1	21.2	31.1	21.2	30.9	21.2	2002
32.2	21.3	32.2	21.3	31.9	21.3	2003
33.4	21.4	33.5	21.5	33.1	21.4	2004
34.7	21.6	34.9	21.6	34.4	21.6	2005
36.3	21.8	36.5	21.8	35.9	21.7	2006
38.3	22	38.6	22	37.7	21.9	2007

41.1	22.2	41.5	22.3	40.1	22.1	2008
45.9	22.7	46.9	22.8	43.7	22.5	2009



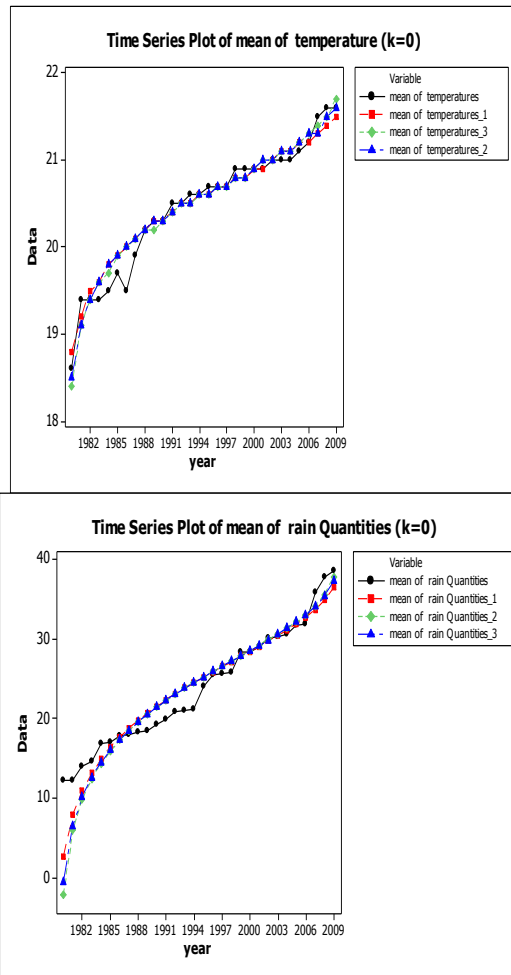
شكل (4) : العلاقة بين القيم المقدرة والحقيقية لدرجات الحرارة وكميات الأمطار عندما ($k \neq 0$)

يتضح من الشكل رقم (4)، أن هناك فروقات بسيطة بين القيم الحقيقية و القيم المقدرة للفترة من 1980-2009م. وباستخدام مقدرات الإمكان الأكبر المبينة في جدول رقم (4) وبالتطبيق في المعادلة رقم (19) تحصلنا على النتائج المبينة في الجدول رقم (6).

جدول (6): القيم المقدرة لدرجات الحرارة وكميات الأمطار (عندما $k = 0$)

$\hat{F}_i = \frac{i - \left(\frac{3}{8}\right)}{n + 0.25}$		$\hat{F}_i = \frac{i - 0.5}{n}$		$\hat{F}_i = \frac{i}{n + 1}$		السنوات
كميات الأمطار	درجات الحرارة	كميات الأمطار	درجات الحرارة	كميات الأمطار	درجات الحرارة	
0.6-	18.5	2.1-	18.4	2.7	18.8	1980
6.5	19.1	6	19.1	7.9	19.2	1981
10.1	19.4	9.8	19.4	10.9	19.5	1982
12.6	19.6	12.4	19.6	13.1	19.6	1983
14.5	19.8	14.3	19.7	14.9	19.8	1984
16	19.9	15.9	19.9	16.4	19.9	1985
17.4	20	17.3	20	17.6	20	1986
18.5	20.1	18.5	20.1	18.7	20.1	1987
19.6	20.2	19.5	20.2	19.7	20.2	1988
20.5	20.3	20.5	20.2	20.7	20.3	1989
21.4	20.3	21.4	20.3	21.5	20.3	1990
22.3	20.4	22.2	20.4	22.3	20.4	1991
23	20.5	23	20.5	23.1	20.5	1992
23.8	20.5	23.8	20.5	23.8	20.5	1993
24.5	20.6	24.5	20.6	24.5	20.6	1994
25.2	20.6	25.2	20.6	25.2	20.6	1995
25.9	20.7	25.9	20.7	25.8	20.7	1996
26.5	20.7	26.5	20.7	26.5	20.7	1997
27.2	20.8	27.2	20.8	27.1	20.8	1998
27.8	20.8	27.9	20.8	27.8	20.8	1999
28.5	20.9	28.5	20.9	28.4	20.9	2000
29.1	21	29.2	21	29	20.9	2001
29.8	21	29.9	21	29.7	21	2002
30.5	21.1	30.6	21.1	30.4	21.1	2003
31.3	21.1	31.3	21.1	31.1	21.1	2004
32.1	21.2	32.1	21.2	31.9	21.2	2005
33	21.3	33	21.3	32.7	21.2	2006
34	21.3	34.1	21.4	33.6	21.3	2007
35.3	21.5	35.5	21.5	34.8	21.4	2008

37.3	21.6	37.7	21.7	36.4	21.5	2009
------	------	------	------	------	------	------



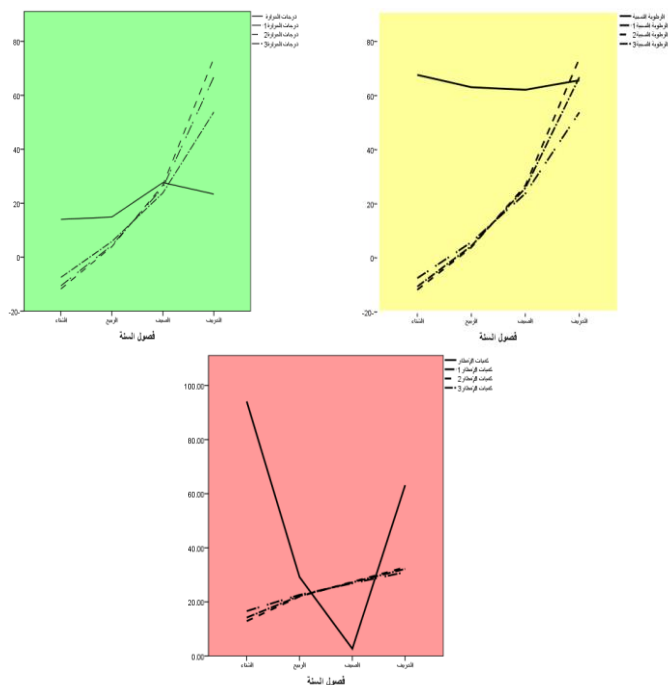
شكل 5 . العلاقة بين القيم المقدرة والحقيقية لدرجات الحرارة وكميات الأمطار عندما ($k = 0$)

يتضح من الشكل رقم (5)، أن هناك تقارب بين القيم الحقيقية و القيم المقدرة للفترة من 1980-2009م عندما ($k = 0$) .

جدول (7): القيم المقدرة لدرجات الحرارة وكميات الأمطار والرطوبة النسبية (k ≠ 0)

$\hat{F}_i = \frac{i - (\frac{n}{2})}{n + 0.25}$			$\hat{F}_i = \frac{i - 0.5}{n}$			$\hat{F}_i = \frac{i}{n + 1}$			الفصل
الرطوبة النسبية	كميات الأمطار	درجات الحرارة	الرطوبة النسبية	كميات الأمطار	درجات الحرارة	الرطوبة النسبية	كميات الأمطار	درجات الحرارة	
10.6-	14.2	7.5-	11.8-	12.9	11.8-	7.5-	16.6	10.6-	الشتاء
4.4	22.2	5.8	3.9	22	3.9	5.8	22.6	4.4	الربيع
25.8	27.2	23.8	26.7	27.4	26.7	23.8	26.9	25.8	الصيف
66.8	32.2	53.8	73.7	32.8	73.7	53.8	31	66.8	الخريف

لدراسة اتجاهات معدلات درجات الحرارة ، كميات الأمطار ، الرطوبة النسبية و لمعرفة مدى تماثل القيم الحقيقية والتقديرية يتضح من الشكل رقم (6)، أن درجات الحرارة تبدأ في الزيادة مع بداية فصل الربيع الي ان تصل الى درجات حرارة عالية في فصل الصيف تم تبدأ في التناقص مع حلول فصل الخريف و فصل الشتاء. في حين تبين ان كميات الأمطار تصل الى اعلى مستوياتها خلال فصل الشتاء تم يبدأ مستوى هطولها في التناقص الي فصل الصيف و التي تنح فيه هطول الامطار تم تبدأ من جديد في التزايد مع حلول فصل الخريف. اما بالنسبة للرطوبة النسبية فنلاحظ انها تتناقص خلال فصل الشتاء و الربيع و تزداد خلال فصل الصيف.



الشكل 6. المتوسطات الفصلية لدرجات الحرارة و لكميات الأمطار، و الرطوبة النسبية لمدينة زليتن حسب فصول السنة

جدول رقم (8): الاحتمال المتوقع لحدوث معدل درجة الحرارة العظمى لـ N سنة

N=30	N=25	N=20	N=15	N=10	N=5	درجات الحرارة السنوية
0.508	0.446	0.376	0.298	0.210	0.111	18.6
0.936	0.899	0.840	0.747	0.600	0.368	19.4
0.936	0.899	0.840	0.747	0.600	0.368	19.4
0.936	0.899	0.840	0.747	0.600	0.368	19.4
0.962	0.934	0.886	0.804	0.662	0.419	19.5
0.990	0.978	0.953	0.898	0.782	0.533	19.7
0.962	0.934	0.886	0.804	0.662	0.419	19.5
0.998	0.995	0.986	0.960	0.882	0.657	19.9
1.000	1.000	0.999	0.995	0.971	0.831	20.2
1.000	1.000	1.000	0.998	0.985	0.878	20.3
1.000	1.000	1.000	0.998	0.985	0.878	20.3
1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	0.948	20.5
1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	0.948	20.5
1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.970	20.6
1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.970	20.6
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	20.7
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	20.7
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	20.7
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	20.9
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	20.9
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	20.9
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	20.9
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	21.0
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	21.0
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	21.0
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	21.1
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	21.2
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	21.5
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	21.6
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	21.6

جدول رقم (9): الاحتمال المتوقع لحدوث معدل كميات امطار كبيرة لـ N سنة

N=30	N=25	N=20	N=15	N=10	N=5	كميات الامطار السنوية
0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00000	0.00000	12.2
0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00000	0.00000	12.2
0.00025	0.00020	0.00016	0.00012	0.00008	0.00004	13.9
0.00081	0.00067	0.00054	0.00040	0.00027	0.00013	14.6
0.03300	0.02800	0.02200	0.01700	0.01100	0.00557	16.8
0.04600	0.03800	0.03100	0.02300	0.01600	0.00781	17.0
0.16700	0.14100	0.11500	0.08700	0.05900	0.03000	17.8
0.22600	0.19200	0.15700	0.12000	0.08200	0.04200	18.0
0.34700	0.29900	0.24700	0.19200	0.13200	0.06900	18.3
0.39600	0.34300	0.28600	0.22300	0.15500	0.08100	18.4
0.85900	0.80500	0.72900	0.62400	0.48000	0.27900	19.2
0.99800	0.99500	0.98600	0.96000	0.88200	0.65700	19.9
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.99300	20.8
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.99900	21.0
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	21.2
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	24.1
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	25.4
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	25.6
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	25.8
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	28.4
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	28.4
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	28.9
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	30.1
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	30.2
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	30.5
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	31.7
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	31.9
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	35.8
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	37.8
1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	38.5

جدول رقم (10): الاحتمال المتوقع لحدوث معدل درجة الحرارة العظمى لـ N سنة للبيانات الفصلية

الفصل	درجات الحرارة الفصلية	N=10	N=15	N=20	N=25	N=30
الشتاء	14.00	0.116	0.169	0.219	0.266	0.310
الربيع	14.90	0.142	0.205	0.263	0.318	0.368
الصيف	27.65	0.954	0.990	0.998	1.000	1.000
الخريف	23.40	0.677	0.816	0.895	0.941	0.966

جدول رقم (11): الاحتمال المتوقع لهطول كميات من الامطار لـ N سنة للبيانات الفصلية

الفصل	كميات الامطار الفصلية	N=10	N=15	N=20	N=25	N=30
الشتاء	94.09	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
الربيع	29.20	0.988	0.999	1.000	1.000	1.000
الصيف	2.65	0.009	0.013	0.017	0.021	0.025
الخريف	63.15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

جدول رقم (12): الاحتمال المتوقع لحدوث رطوبة نسبية عالية لـ N سنة للبيانات الفصلية

الفصل	درجات الرطوبة الفصلية	N=10	N=15	N=20	N=25	N=30
الشتاء	67.65	1	1	1	1	1
الربيع	63.10	1	1	1	1	1
الصيف	62.15	1	1	1	1	1
الخريف	65.65	1	1	1	1	1

يبين الجدول رقم (10) احتمال حدوث معدل درجات حرارة عظمى خلال N من السنوات، حيث بينت النتائج انه ابتداء من صيف سنة 2019 و حتى صيف سنة 2049 هناك احتمال تجاوزت قيمته 95% بحدوث ارتفاع في معدل درجات حرارة و من المحتمل ان لا يقل متوسطها عن (27⁰م) خلال هذه الفترة الزمنية . و يبين الجدول رقم (11) احتمال هطول كميات كبرى من الامطار خلال N من السنوات، حيث بينت النتائج انه ابتداء من شتاء سنة 2019 و حتى شتاء سنة 2049 هناك احتمال مؤكد بهطول كميات من الامطار و من المحتمل ان لا يقل متوسطها عن (94.09 ملم) على مدينة زليتن خلال هذه الفترة الزمنية. و يبين الجدول رقم (12) احتمال حدوث رطوبة عالية خلال N من السنوات، حيث بينت النتائج انه ابتداء من سنة 2019 و حتى سنة 2049 هناك احتمال مؤكد

لحدوث رطوبة نسبية عالية و من المحتمل ان لا يقل متوسطها عن (62) على مدينة زليتن خلال هذه الفترة الزمنية.

9. النتائج

1. ملائمة بيانات الدراسة لتوزيع واييل المعمم.
2. أن درجات الحرارة و كميات الأمطار لمدينة زليتن للفترة من 1980-2009م تتزايد مع تقدم السنوات.
3. أن درجات الحرارة تبدأ في الزيادة مع بداية فصل الربيع الي ان تصل الى درجات حرارة عالية في فصل الصيف تم تبدأ في التناقص مع حلول فصل الخريف و فصل الشتاء.
4. ان كميات الأمطار تصل الى اعلى مستوياتها خلال فصل الشتاء تم يبدأ مستوى هطولها في التناقص الي فصل الصيف و التي تشح فيه هطول الامطار تم تبدأ من جديد في التزايد مع حلول فصل الخريف.
5. تتناقص للرطوبة النسبية خلال فصل الشتاء و الربيع و تزداد خلال فصل الصيف.
6. هناك فروقات بسيطة بين القيم الحقيقية و القيم المقدرة للفترة من 1980-2009م عندما $(k \neq 0)$.
7. هناك تقارب بين القيم الحقيقية و القيم المقدرة للفترة من 1980-2009م عندما $(k = 0)$.
8. هناك احتمال تجاوزت قيمته 95% بحدوث ارتفاع في معدل درجات حرارة و من المحتمل ان لا يقل متوسطها عن (27^0م) خلال الفترة الزمنية (2019-2049م).
9. هناك احتمال مؤكد بهطول كميات من الامطار و من المحتمل ان لا يقل متوسطها عن (94.09 ملم) على مدينة زليتن خلال الفترة الزمنية (2019-2049م).
10. هناك احتمال مؤكد لحدوث رطوبة نسبية عالية و من المحتمل ان لا يقل متوسطها عن (62) على مدينة زليتن خلال الفترة الزمنية (2019-2049م).

10. التوصيات

1. استخدام توزيعات احتمالية أخرى في دراسة الظواهر الحياتية المختلفة، في تقدير درجات الحرارة العظمى، وغيرها من عناصر المناخ.
2. استخدام أساليب إحصائية أخرى متقدمة للتنبؤ في ظواهر الأحوال الجوية.
3. إمكانية إجراء دراسات مستمرة للمناخ على مدينة زليتن و مدن ليبية أخرى.

المراجع

- [1] Agostion, R. B., and Stephens, M.A.,(1986), Goodness of Fit Techniques, Marcel Dekker, inc, New York .
- [2] Gunbel, E.J., 1958, Statistics of extremes, New York .
- [3] Hung, W. L.,(2004), Estimation of Weibull Parameters Using a Fuzzy, Lest squares method, International Journal of Uncenation,vol.12, No., pp:701-711 .
- [4] Kahadawala, C.,(2006), Generalization of the weibull Distribution: the add weibull family, Statistical modeling ,6;pp:265-277 .
- [5] Strom, R., (1986), Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und Qualitaetskontrolle, 8. Auflage,VEB Fachbuchverlag Leipzig.
- [6] Zacks, S., (1992), Introduction to Reliability Analysis Probability Models and Statistical Methods, New York .